

1. Poziția unui punct față de un segment

Fie $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ extremitățile unui segment din plan și $P(a, b)$ un punct oarecare. Ecuația dreptei (AB) este:

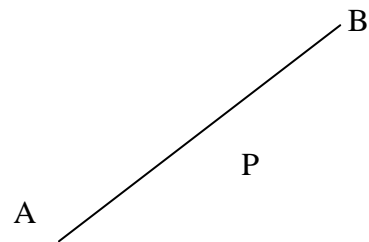
$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

sau: $x * (y_1 - y_2) - y * (x_1 - x_2) + x_1 * y_2 - x_2 * y_1 = 0$.

Dreapta (AB) împarte planul în două semiplane, punctele dintr-un semiplan vor avea același semn pentru valoarea dată de determinantul de mai sus.

Teoremă. Dacă un observator parcurge dreapta (AB) de la A la B, atunci $P(a, b)$ este la dreapta observatorului dacă:

$$D(P, A, B) = \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} < 0,$$



2. Intersecția a două segmente

Fie $P_i(x_i, y_i)$, $i=1, \dots, 4$ - patru puncte din plan, care determină două segmente: P_1P_2 și P_3P_4 . Vom determina o condiție ca cele două segmente să se intersecteze. Folosind rezultatul paragrafului precedent, cele două segmente se intersectează dacă sunt îndeplinite (simultan) următoarele două condiții:

1. $D(P_3, P_1, P_2) * D(P_4, P_1, P_2) < 0$, deci P_3 și P_4 sunt separate de dreapta (P_1P_2),
2. $D(P_1, P_3, P_4) * D(P_2, P_3, P_4) < 0$, deci P_1 și P_2 sunt separate de dreapta (P_3P_4).

3. Poziția unui punct față de un poligon oarecare

Fie $P=[P_1P_2\dots P_nP_{n+1}]$, cu $P_1=P_{n+1}$ un poligon și A un punct oarecare.

Problemă: Să se determine poziția punctului A față de poligonul P (în interioru sau exteriorul poligonului).

1. Dacă poligonul P este convex și vârfurile sunt parcurse în sens trigonometric, atunci A este în interiorul poligonului dacă se află de partea stângă a fiecărei laturi, deci dacă următoarele condiții sunt îndeplinite simultan:
 $D(A, P_i, P_{i+1}) > 0, i = \overline{1, n}$.
2. Poligonul P poate să fie convex sau concav. O dreaptă oarecare intersectează un poligon într-un număr par de puncte. Punctul A este exterior poligonului P dacă dreapta orizontală ce trece prin A are la dreapta un număr par de intersecții cu laturile poligonului P.
Observație. Modul de numărare a intersecțiilor este cel precizat la algoritmul "linie de baleiaj" de la transpunerea poligoanelor.
3. Se determină suma unghiurilor orientate: P_iAP_{i+1} , $i=1, \dots, n$. Dacă această sumă este zero, atunci punctul A este în exteriorul poligonului.