

Coulomb hullámfüggvények csillagszerűségi sugarának aszimptotikus hatványsora

Baricz Árpád

Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Közgazdaság és Gazdálkodástudományi Kar, Üzletvezetés Tanszék,
Sepsiszentgyörgy, Románia
Óbudai Egyetem, Neumann János Informatikai Kar, Alkalmazott Matematikai Intézet, Budapest,
Magyarország
bariczocsi@yahoo.com

A Bessel függvények a klasszikus speciális függvények fontos elemei, és gyakran megjelennek a matematikai analízis, matematikai fizika vagy mérnöki tudományokkal kapcsolatos problémákban. Geometriai tulajdonságaik tanulmányozását a komplex függvénytan szempontjából az 1960-as években Richard Brown, Thomas Hayden, Erwin Kreyszig, Edward Merkes, John Todd, Malcom Robertson és Herbert Wilf kezdeményezte. Louis de Branges egyrétű függvényekre vonatkozó híres Bieberbach-sejtésének 1985-ös bizonyítását követően a hipergeometrikus függvények a komplex függvénytan reflektorfényébe kerültek, és a kutatók e függvények geometriai tulajdonságait intenzíven tanulmányozták az elmúlt évtizedekben. A hipergeometrikus függvények csillagszerűségére és konvexitására vonatkozó eredmények egy részét azonban csak elégséges (és nem szükséges) feltételek formájában sikerült megadni, és néhány esetben nem lehetett megtalálni a paraméterek olyan optimális tartományát, amelyre a megfelelő hipergeometrikus függvények az egyrétű függvények néhány ismert alosztályába tartozzanak. A hipergeometrikus függvényekkel kapcsolatos eredmények hatására az elmúlt néhány évtizedben a Bessel függvények geometriai tulajdonságait (úgy mint egyrétűség, csillagszerűség, konvexitás, egyenletes konvexitás) is alaposan tanulmányozták a szakértők. A Bessel függvények esete szerencsésebb volt: sikerült meghatározni az elsőfajú normalizált Bessel függvények esetén a csillagszerűségi és konvexitási sugarakat és rendet, egyenletes konvexitás esetén is (lásd például a [BKS14] és [BS14] tanulmányokat és az ezekben található szakirodalmat).

A [BN21] tanulmányban a szerzők a normalizált, elsőfajú Bessel függvények csillagszerűségi sugarának aszimptotikus viselkedését vizsgálták az úgynevezett Rayleigh összegek és az aszimptotikus inverzió segítségével. Ebben az előadásban a normalizált reguláris Coulomb hullámfüggvények csillagszerűségi sugarának aszimptotikus hatványsorát vizsgáljuk közönséges potenciális polinomok segítségével. A bizonyítások fontos elemei a reguláris Coulomb hullámfüggvények zérusainak Rayleigh összegei, az aszimptotikus inverzió és néhány alapvető eredménye Štampach és Štoviček matematikusoknak a szabályos Coulomb hullámfüggvényekre vonatkozóan (lásd [SS14]). Az előadás a [BKS24] tanulmányon alapszik.

Hivatkozások

- [BKS24] Á. BARICZ, P. KUMAR, S. SINGH, The radius of starlikeness of regular Coulomb wave functions, *Proc. Edinb. Math. Soc.* (2024) (submitted).
- [BKS14] Á. BARICZ, P.A. KUPÁN, R. SZÁSZ, The radius of starlikeness of normalized Bessel functions of the first kind, *Proc. Amer. Math. Soc.* 142 (2014) 2019–2025.
- [BN21] Á. BARICZ, G. NEMES, Asymptotic expansions for the radii of starlikeness of normalised Bessel functions, *J. Math. Anal. Appl.* 494 (2021) Art. 124624, 11 pp.
- [BS14] Á. BARICZ, R. SZÁSZ, The radius of convexity of normalized Bessel functions of the first kind, *Anal. Appl.* 12(5) (2014) 485–509.
- [SS14] F. ŠTAMPACH, P. ŠTOVIČEK, Orthogonal polynomials associated with Coulomb wave functions, *J. Math. Anal. Appl.* 419 (2014) 231–254.