MAGYAR TUDOMÁNY NAPJA ERDÉLYBEN

15. Matematika és informatika alkalmazásokkal konferencia

Az előadások kivonatai

Szervezők:

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Csíkszeredai Kar
Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Magyar Matematikai és Informatikai Intézet
Erdélyi Múzeum-Egyesület Matematikai és Informatikai Szakosztály
Farkas Gyula Egyesület a Matematikáért és Informatikáért
KAB Matematikai, informatikai és csillagászati szakbizottság
Márton Áron Főgimnázium
Radó Ferenc Matematikaművelő Társaság

Csíkszereda

2024. november 15-17.

Szervező és tudományos bizottság

Adorjáni Csilla, Matlap
András Szilárd, BBTE
Biró Piroska, Sapientia EMTE
Bodó Zalán, BBTE
Csapó Hajnalka, Márton Áron Főgimnázium
Darvay Zsolt, BBTE
Farkas Csaba, Sapientia EMTE
Garda-Mátyás Edit, Sapientia EMTE
Illyés László, Sapientia EMTE
Kása Zoltán, Sapientia EMTE
Kolumbán József, BBTE
Makó Zoltán, Sapientia EMTE
Néda Zsuzsa, Matlap
Németh Sándor, BBTE
Oláh-Gál Róbert, Sapientia EMTE
Pál László, Sapientia EMTE
Robu Judit, BBTE
Salamon Júlia, Sapientia EMTE
Sárkány Györgyi, Matlap
Soós Anna, BBTE
Sulyok Csaba, BBTE
Szenkovits Ferenc, BBTE
Zsombori Gabriella, Márton Áron Főgimnázium
Titkár: Garda-Mátyás Zsolt
PR felelős: Csíki Adél

Helyszín: Csíkszereda

Márton Áron Főgimnázium díszterme/ Márton Áron utca 80.
Sapientia-EMTE, Csíkszeredai Kar épülete/ Szabadság tér 1.

Plenenáris előadók:

Dr. Bánhelyi Balázs egyetemi docens, Szegedi Tudományegyetem
Dr. Illés Tibor egyetemi tanár, Budapesti Corvinus Egyetem
Dr. Pintér Miklós egyetemi tanár, Budapesti Corvinus Egyetem
Dr. Solymosi István Tamás egyetemi tanár, Budapesti Corvinus Egyetem

Neuronhálok serülékenysége és robosztusságának vizsgálatára használt eljárás fejlesztése

Bánhelyi Balázs

Szegedi Tudományegyetem, Informatikai Intézet

banhelyi@inf.u-szeged.hu

A mesterséges neurális hálók számos tudományterületen megjelennek. Megfigyelhető, hogy bizonyos esetekben ezek a hálózatok is tévedhetnek. Gyakran az input kis torzítására már fals eredménnyel térnek vissza [1]. Az ilyen hibák kiküszöbölésére számos módszer létezik. A robusztus tanítás már a tanítási folyamat alatt megpróbálja csökkenteni a háló sebezhetőségét és növelni az ellenállóképességet. Más technikák, a már kész hálókon történő ellenséges példa detektáláson alapulnak. Számos matematikailag korrektnek gondolt rendszer létezik ellenséges példák detektálására, de gyakran ezek implementálásakor a praktikusságra koncentrálnak, a numerikus hibák kiküszöbölése helyett. Ezek a numerikus hibák a hálózat működése közben is megjelennek és a rétegek alatt folyamatos felhalmozódnak, mely szintén hibás osztályozáshoz vezethet.

A példák detektálására a MIPVerify az adott input képekhez, a lefixált perturbáció típus és hozzá tartozó korlát mellett keresi az adott korlátokon belüli, legközelebbi el-lenpéldát és határozza meg azokat a perturbáció értékeket, melyekkel deformálva az eredeti inputot, már téves eredményt kapunk [2].

A MIPVerify különböző MILP feladatok sorozataként fogalmazza meg a problémát, amelyek megoldására külső solverek alkalmazhatóak. A rendszer működéséből adódó pontatlansági hibák nagy része a lebegőpontos aritmetikából fakad.

Az előadásunkban bemutatjuk a MIPVerify sebezhetőségeit [3], illetve mutatunk technológiákat melyek ezen sebezhetőségeket kezelik, miközben a hatékonyságából nem veszít.

Hivatkozások

[1] Ian J. Goodfellow, Jonathon Shlens, and Christian Szegedy. Explaining and harnessing adversarial examples. In 3rd International Conference on Learning Representations (ICLR), 2015.

[2] Vincent Tjeng, Kai Y. Xiao, and Russ Tedrake. Evaluating robustness of neural networks with mixed integer programming. In International Conference on Learning Representations (ICLR), 2019.

[3] Dániel Zombori, Balázs Bánhelyi, Tibor Csendes, István Megyeri, Márk Jelasity. Fooling a complete neural network verifier. In International Conference on Learning Representations (ICLR), 2021.

Lineáris komplementaritási feladatok megoldása belsőpontos algoritmusokkal: új utakon

Illés Tibor

Corvinus Operációkutatási Kutatóközpont, Budapesti Corvinus Egyetem

tibor.illes@uni-corvinus.hu

Nesterov (2008) azzal az ötlettel állt elő, hogy a lineáris programozási feladat optimalitási kritériumait leíró lineáris komplementaritási feladathoz (LCP), az eredeti döntési változók mellé, modellezési változókat vezessünk be, amelyek egyfelől biztosítják, hogy az előálló új megoldandó feladat továbbra is konvex optimalizálási feladat maradjon, másfelől pedig az eredeti feladat konvex megengedettségi feladatok (CFP) sorozatával történő approximációját adja meg. Az új modellezési változók jelentős szerepet kapnak a koncepcionálisan is eltérő, új belsőpontos algoritmusok megfogalmazásában, amelyek a CFP-k egy sorozatát oldják meg.

Ennek az előadásnak a célja az, hogy a lineáris programozási feladatosztályról, az új belsőpontos algoritmusokat számos további konvex optimalizálási feladatosztályra terjesszük ki. A kiterjeszthetőség kulcsa az, hogy a feladatok elsőrendű optimalitási kritériumai monoton LCP-re vagy monoton súlyozott LCP-re vezessenek. Megmutatjuk, hogy a korábbi elképzelésekkel ellentétben, annak semmilyen szerepe sincsen algoritmikus szempontból, hogy LCP-t vagy súlyozott LCP-t oldunk meg.

A modellezési változók bevezethetőségénél a monoton LCP-k esetén lényeges a súlyozott centrális út feladat (WCPP) megoldhatóságának és az esetek többségében a megoldás egyértelműségének a kérdése, amelyet Illés, Roos és Terlaky (1997) dolgozatukban tisztáztak. A modellezési változók természetes módon elégítenek ki egy ún. parabolikus összefüggést, így ezek a változók is egy konvex halmaz elemei, végig a megoldás során.

Az új belsőpontos algoritmusok predikor-korrektor jellegű algoritmusok, de a prediktor lépést esetünkben a modellezési változók irányítják, míg a korrektor lépések célja az, hogy az aktuális CFP-nek megfelelő minőségű megoldását állítsuk elő. Az új prediktor-korrektor algoritmus iterációs komplexitása megegyezik a szakirodalomból ismert legjobb komplexitással.

Kezdeti numerikus teszt eredményeink azt mutatják, hogy az esetek többségében az iterációk száma jóval kisebb, mint az elméleti legkedvezőtlenebb esetre adott korlát.

A bemutatott dolgozat E.-Nagy Mariannával, Yurii Nesterovval és Rigó Petra Renátával közös munka.

A Borel-Kolmogorov paradoxon és a típusterek

Pintér Miklós

Budapesti Corvinus Egyetem

pmiklos@protonmail.com

A nemteljes információs játékok osztálya mind elméleti mind alkalmazás szempontjából fontos. Egy nemteljes információs játék kb. egy normál formában adott játék és egy típustér együttese. Célunk a típusterek fogalmának megismertetése.

Előadásunkban a Borel-Kolmogorov paradoxontól indulva áttekintjük az informáltság játékelméleti modellezésének (típusterek) főbb kérdéseit és fogalmait. Kitérünk a konglomerabilitás, a diszintegrablitiás, a prior és a poszterior fogalmak helyére, jelentőségére a szakirodalomban. Áttekintjük a típusterek három interpretációját és elemezzük a játékosok véleményeinek kompatiblitásának fokozatait.

Elosztások egy hierarchikus termelési struktúrában

Solymosi Tamás

Budapesti Corvinus Egyetem

tamas.solymosi@uni-corvinus.hu

Olyan többszereplős döntési helyzeteket vizsgálunk, amelyben a szereplők együttműködését egy hierarchikus struktúra korlátozza. Egyénileg mindegyik szereplő képes valamennyi hasznot elérni, de csak akkor, ha együttműködik a hierarchiában felette lévő összes szereplővel. A legegyszerűbb esetet tekintjük, amelyben egy kivételével mindegyik szereplőnek pontosan egy felettese van, azaz a hierarchia egy gyökeres fa gráffal írható le. Itt a fa gráf csúcsai a szereplőket jelenítik meg, akiknek az egyéni profittermelő képessége csak olyan koalíciókban aktiválódik, amelyek tartalmazzák az adott csúcsból a felettes nélküli szereplőt megjelenítő kitüntetett csúcsig (a gyökérig) vezető úton lévő összes felettes szereplőt. Feltesszük, hogy az ilyen gyökeres részfákat alkotó koalíciók haszna a tagjai által elért profitok összege.

A közös vállalkozásokban fontos kérdés, hogy az együttesen elérhető eredményt miként osszák el a szereplők az együttműködésre ösztönző „igazságos” módon. Esetünkben az egyéni profittermelő képességek mellett a hierarchiában elfoglalt pozíció is befolyásolja az egyes szereplők hozzájárulásának értékét. Ennek számszerűsítése, a közösen elért haszon elosztása különböző szabályok alapján történhet. Néhány közismert elosztási szabály mellett megvizsgálunk pár olyat is, amelyek egy a vázolt hierarchikus együttműködési helyzetet modellező kooperatív játék megoldásaiként is megkaphatók. Ezen játékelméleti megoldások tulajdonságai alapján a különböző elosztási szabályok mögötti elvek is könnyebben összehasonlíthatók.

Gondolatok a matematika tanításáról

Kolumbán József

Babeș–Bolyai Tudománegyetem, Matematika és Informatika Kar

jokolumban@yahoo.com

A jelenlevők bizonyára találkoztak már a matematika tanításával kapcsolatos gondokkal tanárként, de akár szülőként is. Előadásomban arra szeretnék röviden rámutatni, honnan erednek ezek a gondok, amelyek már régóta foglalkoztatják a szakembereket, amelyekről könyvtárnyi tanulmányt és könyvet írtak, és amelyek mégis szívósan élnek tovább. Úgy tűnik, új művészeti ág megszületésére van szükség, amelynek tárgya a matematika oktatása.

Nem célom a matematika iskolai tanításának módszereiről beszélni. A módszerek megválasztása másodlagos kérdés mindaddig, amíg a matematikatanítás évtizedekre visszanyúlóan hibás elgondolásokra épül, ezzel pedig diákgenerációk sorozatának torzítja el a matematikához való viszonyulását. A megfelelően megválasztott módszerek enyhíthetik valamelyest ezt a problémát, ám ez csak tüneti kezelés. Aki tanít, annak figyelembe kell vennie, hogy kit, mit, miért tanít, és azt mire lehet használni. Az oktatás mai gondjai éppen abból erednek, hogy ezeket sokszor szem elől tévesztjük. A gondok forrásai közül hárommal szeretnék most foglalkozni, ezek a következők: (1) a gyermeklélektan figyelmen kívül hagyása a matematika tanítása során, (2) a Bourbaki-féle axiomatikus módszer kialakulása, valamint (3) a 20. századi matematikának az oktatásra gyakorolt negatív hatása.

(1) Minden tudományterületen, amit ma érdemes tudni, az megtalálható a világhálón. Így helyénvalónak tűnik az a kérdés, hogy miért kell az iskolákban matematikát tanítani, miért kell a diákokat ezzel a „nehéz” tantárggyal „kínozni”? Nyilvánvalóan nem azért, hogy képleteket, szabályokat tanítsunk nekik, amelyeket rövid idő alatt elfelejtenek, ha nem alkalmazzák azokat nap mint nap. A mindennapi élet szempontjából – a mechanikus tevékenységekkel ellentétben – a jelenségek természetének, okainak megértése a legfontosabb, mert enélkül nem lehet újat alkotni az élet semmilyen területén. Sajnos, a matematikai tananyag jelentős része napjainkban még mindig memorizálásból és mechanikusan ismételt műveletekből áll. Jó példa erre a szorzótábla, ahol a gépies tanulás alapvető a matematikai teljesítményben. Holott, ha egy egészséges ötödik osztályos gyermek nem tudja kívülről a szorzótáblát, az nem olyan nagy baj, mint ha nem tudja megindokolni, hogy 3 x 2 miért 6.

Sok tanulóban nagyon korán kialakul egyfajta félelem a matematikával kapcsolatban, ami gátolja matematikai teljesítményének fejlődését. Ezt, a matematikai szorongásnak nevezett lélektani jelenséget Mark H. Ashcraft (1949–2022) amerikai pszichológus vizsgálta először. Például amikor egy diáknak nem sikerül megtanulnia a szorzótáblát fiatalon, szorongást fog átélni azért, mert társai képesek visszaemlékezni a fontosabb szorzatokra, míg ő nem. A matematikai szorongás mérésére skálát is kifejlesztettek (elsőkként Richardson és Suinn 1972-ben), amelyet később számos empirikus kutatás felhasznált a jelenség vizsgálatára. Ezek alapján kimutatható, hogy a matematikai szorongás összefügg a matematikai teszteken mutatott gyenge teljesítménnyel, a matematikával kapcsolatos negatív attitűdökkel és a matematika elkerülésére irányuló tendenciákkal. Ashcraft szerint a matematikától való menekülés bűvös körként működik: felkészületlenséget eredményez, ami még több szorongást, aggódást, feszültségérzetet kelt a diákokban, ami még jobban elidegeníti őket a matematikától, és így tovább.

A matematikai szorongás gyakorta annak következtében alakul ki a tanulókban, hogy a tanár maga is szorong a matematika bizonyos területeire vonatkozó ismereteinek és képességeinek a hiányosságai miatt. A világ számos országában a leendő matematikatanároknak elegendő a vizsgákon 51%-ot elérniük, tehát az a tanárjelölt, akinek a matematikai tanterv 49%-át nem sikerült megértenie és befogadnia, még oktathat, és gyakran oktat is. Félelmeit és hiányosságait önkéntelenül átadja a diákjainak.

Másfelől, amint azt John Taylor Gatto (1935–2018) amerikai neveléstudós munkáiban kifejtette, a 20. század során kialakult modern nyugati iskolarendszer általában ideális talaj a félelem és a szorongás kialakulására. A probléma az, hogy – kimondva vagy kimondatlanul, merev hozzáállással – a diákoknak azt tanítják: egyetlen módon lehet eljutni a jó eredményhez, és bármilyen más út rossz, még ha a jó megoldáshoz vezetett is. A levezetés jónak vagy rossznak értékelésével a tanulókat nem motiválják a próbálkozásra, a kísérletezésre. Az aktív tanulókat a konkrét, a tananyagra vonatkozó kérdéseken kívül az is foglalkoztatja, hogy „miért csináljuk így, és miért nem úgy?”. A tanárok azzal tennék a legjobbat a gyerekeknek, ha bátorítanák őket, hogy törekedjenek saját gondolataik megosztására és válaszaik igazolására a feladatok megoldása közben. Ezzel segíthetnének enyhíteni a tanulók matematikai szorongását és sikerélményhez juttathatnák őket.

A matematika tanítása során tapasztalható kudarcok sokszor abból erednek, hogy nem vesszük figyelembe az emberi gondolkodás általános pszichológiai sajátosságait, valamint a gondolkodásnak az egyes életkori szakaszokra jellemző eltéréseit. A múlt században a gyermelélektan nagy fejlődésnek indult. (...) Ennek az új ismeretágnak egyik első rendszeralkotója Jean Piaget (1896–1980) svájci pszichológus volt. Vizsgálódásai mindenekelőtt a gyermeki gondolkodást tárják fel azzal a (ma már közhelynek látszó, de a húszas években, Piaget fellépésekor eredeti és nehezen elfogadott) feltevéssel, hogy a gyermek gondolkodása, ítéletalkotása minőségileg más, mint a felnőtté, nem csak ismeretanyagban kevesebb, nem csak hiányosabb, hanem más – más a menete, más a szerkezete, másféle érvényességi igényt képvisel. Ezt a jelenségkört, ennek a minőségrendnek a fejlődését követte nyomon Piaget. (lásd Majoros Mária: A matematikai gondolkodás leírásának történeti áttekintése. Matematika Oktatási Portál, http://matek.fazekas.hu/).

Gerald Hüther (szül. 1951-ben) német neurobiológus leszögezte, hogy minden gyermek a játékon keresztül tanul, amely időigényes folyamat, amit nem lehet sürgetni, teljesítménykényszer alatt nem lehet eredményesen tanulni. Rossz irányba halad a pedagógia: mi határozzuk meg a tananyag mennyiségét, az elsajátítás sebességét, nem alkalmazkodunk a gyerek befogadóképességéhez, a gyermek tempójához. Ezt a modern agykutatásban idomításnak nevezik. A megkövült mintáktól szabadulni kell. A gyermekre fordított figyelem a legjobb tanácsadó. Hagyni kell a gyermekeket önállóan cselekedni a szabad idejükben, mert ekkor válnak kreatívvá, és nem akkor, amikor a szülők minden percüket beosztják. Hagyni kell, hogy valódi érzelmeket éljenek meg, hogy felismerjék ezeket, és meg is tudják fogalmazni, ki is tudják fejezni.

A gyermek gondolkodási készségei korfüggők. Például a 7-11 éves kor a konkrét műveletek szakasza: képekkel, gondolatban elképzelt dolgokkal, tevékenységekkel is képes a gyermek foglalkozni. Ez teszi lehetővé számára a számokkal végzett műveleteket a tárgyakkal való manipulálás helyett. Több szempontra is képes egyidejűleg figyelni. Állandósul a számfogalom, a mennyiségek (hosszúság, tömeg, terület, idő). 11 éves kor körül kezdődik a formális műveletek szakasza. A gyerekek képessé válnak szimbólumokkal végezni műveleteket, állításokkal, hipotézisekkel kapcsolatosan érvelni. Képessé válnak továbbá egyidejűleg osztályozni többféle szempont szerint, rendszerezni, nézőpontot váltani, visszafelé következtetni, és **állandósul a térfogat fogalma, a mennyiségek aránya.** Az absztrakt gondolkodás készsége általában 13 éves kor után fejlődik ki.

A matematika iránti pozitív motiváció már óvodáskorban elkezdődhet. Ami érdekel bennünket, ami tetszik nekünk, ami felkelti a kíváncsiságunkat, azzal szívesen foglalkozunk, szívesen tanuljuk, minden megerőltetés nélkül, az megmozgat, tevékenységre sarkall. Ez érvényes a gyermekekre is, ezért fontos az oktatás szempontjából is. A gyermeklélektan fenti szempontjait minden oktatónak figyelembe kellene vennie. Ezek gyermekenként különbözők, és még akkor is figyelmet kell rá fordítanunk, ha egyszerre 25–30 gyermekkel foglalkozunk a tanítási órán.

(2) Mivel a panaszok nagy része a tananyag nehézségére vonatkozik (és ez kapcsolatos a fentiekkel), arról is kell szólnom, hogy a gyermekek többségének miért nehéz a matematika tanulása. Ahhoz, hogy a probléma lényegét és súlyát megértsük, 150 évet vissza kell mennünk a történelemben. 1874-ban jelent meg Georg Cantor (1845–1918) német matematikus *A valós algebrai számok halmazának tulajdonságairól* című korszakalkotó dolgozata, amely új fejezeteket nyitott a matematikában, és az akkori matematikusokat megdöbbentő állításokat is tartalmazott. Például ilyeneket: annyi racionális szám van, ahány természetes szám, minden pozitív hosszúságú szakasznak ugyanannyi eleme van, mint az egységnégyzetnek és az egységkockának, stb. Két tetszőleges halmaz esetén az „ugyanannyi eleme van” azt jelenti, hogy egyik halmaz a másikra kölcsönösen egyértelműen (mai szóhasználattal: bijektíven) leképezhető. (A dolgozat más érdekes eredményével kapcsolatban lásd például Sain Márton *Nincs királyi út!* című könyvét.)

A halmaz fogalmát Cantor a következőképpen értelmezte: „Halmazon a gondolkodásunk által jól meghatározott és jól elkülönülő objektumok valamely összességét értjük. Ezen objektumokat a halmaz elemeinek nevezzük.” Látható, hogy ez a meghatározás nem pontos, hanem körülíró, olyan, mint a közbeszédben használatos absztrakt fogalmaink értelmezése (asztal, ember, demokrácia stb.). Néhány más tanulmány közlése után Cantor a halmazelmélet teljes felépítését az 1895-ben, illetve 1897-ben megjelent *Adalékok a transzfinit számok elméletéhez* című kétkötetes művében fejtette ki. Úgy nézett ki, hogy az egész matematika – beleértve a formális logikát is – felépíthető a halmazelméletre. És amikor a matematikusok többsége már elismerte a halmazelmélet fontosságát, Cantor észrevette, hogy elméletében vannak bizonyos logikai problémák. Villámcsapásként hatott a matematikusok körében, hogy 1897-ben Cesare Burali-Forti (1861–1931) torinói matematikus felfedezte a Cantor-féle halmazelmélet egyik ellentmondását. Egy másik ellentmondásra Bertrand Russell (1872–1970) abgol matematikus mutatott rá. (Ellentmondásokat később mások is találtak.) A kiutat keresve David Hilbert (1862–1943) német matematikus rájött, hogy az ellentmondás okozója a halmaz fogalmának pontatlan értelmezése, és azt kezelni lehetne, ha a halmazelméletet olyan axiómákra építenék fel, amelyek a matematikában előforduló halmazok esetén teljesülnek. 1908-ban Ernest Zermelo (1871–1953) megalkotta a halmazelmélet első axiomatikus felépítését, amelyet később Adolf Abraham Fraenkel (1891–1965) jeruzsálemi matematikus egészített ki. A Zermelo és Fraenkel axiómáival felépített halmazelméletből levezethető a korábbi ún. naiv halmazelmélet, és benne az ismert antinómiák nem lépnek fel. Ebből azonban nem következik az elmélet ellentmondás-mentessége. Kurt Gödel (1906–1978) osztrák matematikus 1931-ben bebizonyította, hogy ha a Zermelo-Fraenkel axiómarendszer ellentmondásmentes, akkor tartalmaz olyan állítást, amely benne nem eldönthető, és ez igaz az axiomatikusan felépített matematikára is (lásd Filep László *A tudományok királynője* című könyvét).

A módszereinek köszönhetően az axiomatikus halmazelmélet polgárjogot nyert mint önálló, érdekes és fontos matematikai elmélet, de igazi diadala csak az 1930-as években kezdődött. 1932-ben Andrej Nyikolájevics Kolmogorov (1903–1987) próbálta a Brouwer-féle intuicionista logikát formalizálni. Ez vezette őt el a valószínűségelmélet axiomatikus felépítéséhez. 1934-ben megjelent az axiomatikus halmazelméletre épített „A valószínűségszámítás alapfogalmai" című, nagy feltűnést keltő munkája. Miután Hilbert axiomatikus módszerrel kidolgozta a róla elnevezett terek elméletét, ugyancsak 1934-ben francia matematikusok egy csoportja elhatározta, hogy az axiomatikus halmazelméletre építve, Hilberthez hasonló szellemben megírt könyvekben bemutatja a matematika fontosabb fejezeteit. 1939-tól tíz, többkötetes művet közöltek, amelyeken szerzőként a Nicolas Bourbaki álnevet tüntették fel. (Az 1870–71-es francia–német, illetve a krími háborúban szerepelt egy Bourbaki nevű tábornok.) A matematika elemei *(Éléments de mathématique)* könyvsorozat célja az volt, hogy bemutassák a modern matematikai elméleteket. (A halmazelméletben ismert jelöléseket, valamint az injektív, szürjektív, bijektív szakkifejezéseket is nekik köszönhetjük.) A tudóscsoport a matematika olyan újkori szintézisét, egységes fogalmakkal és módszerekkel rendelkező tudományként való tárgyalását kívánta megvalósítani, ami méltó az Euklidész *Elemek* című munkájában található gondos, precíz, és az ókori fogalmak szerint szinte teljes felépítéshez. A matematika teljes egységesítésére való törekvésük eredményesnek mondható; a huszadik századra teljesen átalakult a matematika képe.

Ezeket a könyveket először Franciaországban, később máshol is használták az egyetemi oktatásban. Amikor az 1960-as években a Bourbaki-matematika szemléletmódja és egyes fogalmai átszivárogtak az egyetemekről az iskolai oktatásba, világszerte „*új matematikáról*" kezdtek beszélni. A tanterveket és a tankönyveket ebben a szellemben újraírták. Ezeknek a hatásai sok országban – köztük Romániában is – érződtek és érződnek ma is.

Érdekességként megemlítjük, hogy a Bourbaki-matematika népszerűsítéséhez jelentősen hozzájárult a Szputnyik–1-nek, a világ első műholdjának az 1957. október 4-én (a kazahsztáni, mai bajkonuri űrrepülőtérről) történt fellövése Föld körüli pályára. Az eseményről az indítás másnapján a Pravda megjelentetett egy rövid hírt. Amerikában pánikként élték meg az emberek a „fejük felett repülő vörös űrhajót". Az amerikaiak megértették, hogy a Szovjetuniónak olyan fegyver van a kezében, amellyel a világ bármely pontjára képes eljuttatni egy bombát, esetleg atomtöltetet is. Eisenhower elnök meghallotta az amerikai társadalom igényét a visszavágásra, és azonnal keresni kezdte a rendelkezésre álló projekteket, amelyekkel a hosszabb távra hozott intézkedésekkel (a NASA megalapítása) az országa mielőbb fel tud mutatni valamit a szovjet térnyerés ellensúlyozására. Többek között a Kongresszus sürgősséggel tárgyalta és iktatta be az 1958-as, *National Defense Education Act* (Nemzeti védelmi képzési törvény) jogszabályt, amely az amerikai iskolákban a matematika és természettudományok oktatásának hangsúlyosabbá tételéről rendelkezett az addigiakhoz képest. Kézenfekvő ötlet volt, hogy a matematika oktatásába bevezessék ott is a Bourbaki-féle „új módszert". Ezzel bekövetkezett a módszer világszintű meghonosodása.

(3) A matematikai ismeretek és fogalmak felépítésénél a Bourbaki-féle tankönyvek, valamint a hozzájuk tartozó tantervek megpróbáltak logikai szempontból egyre pontosabb felépítést követni. Ennek következtében a reformok és változtatások arra korlátozódtak, hogy logikai szempontból pontosították azt, hogy milyen matematikai ismereteknek kell megelőznie egy-egy új fogalom bevezetését. Ez valóban fontos kérdés egy axiomatikus felépítés esetén, de az emberi ismeretek nem axiomatikusan épülnek fel. Gondoljunk arra, hogy Newton hogyan fedezte fel a differenciálhányados fogalmát. Az egyenesvonalú egyenletes mozgás és a szabadesés példájából előbb értelmezte a pillanatnyi sebességet a körülírt végtelen kicsi fogalma segítségével. Az integrál fogalmának értelmezését ugyancsak fizikai jelenségek tanulmányozása előzte meg. A határérték fogalmának pontos értelmezése nélkül a differenciál- és integrálszámítás akadálytalanul fejlődött, az alkalmazások szempontjából minden lényeges fogalmát és tételét felfedezték. Csak közel 150 évvel később jött rá Cauchy, hogy a végtelen kicsi fogalma nem pontos, ezért a vele kapcsolatos tételek bizonyítása sem érvényes. Ettől függetlenül a differenciál- és integrálszámítás –

köszönte szépen – megszületett, és kivirágzott. Ne feledkezzünk meg arról, hogy időközben olyan matematikusok munkálkodtak, mint Leibniz, a Bernoulli-testvérek, Euler, Lagrange stb.

A szakma legjobbjai – látva a Bourbaki-módszer negatív hatásait – tiltakoztak a módszernek az iskolai oktatásba való bevezetése ellen. 1963-ban amerikai matematikusok egy csoportja (köztük Pólya György is) referendumot nyújtott be a kormányhoz, de hiába. A matematikusok egy része azonban nem adta fel a káros matematikai oktatás elleni küzdelmet. Azt, hogy mit kifogásoltak, legvilágosabban Vlagyimir Igorjevics Arnold (1937–2010), a századforduló egyik leghíresebb matematikusa foglalta össze: a merev, formalista Bourbaki-matematika csúnya, és tanítása a tanulók ellen elkövetett bűn.

Meghívott egyetemi vendégtanárként 1997. március 7-én Arnold a matematika tanításáról Párizsban tartott tanácskozáson hangsúlyozta, hogy „A matematika a fizika része. A fizika kísérleti tudomány, a természettudományok része. A matematika a fizikának az a része, ahol a kísérletek olcsóak. A huszadik század közepén megpróbálták szétválasztani a fizikát és a matematikát. A következmények katasztrofálisnak bizonyultak. Matematikusok egész generációi nőttek fel úgy, hogy tudományuk felét sem ismerték, és persze teljes tudatlanságban minden más tudományról. Először a diákjaiknak, majd az iskolásoknak kezdték tanítani csúnya skolasztikus álmatematikájukat. Mivel a fizikától elszakított skolasztikus matematika nem alkalmas sem a tanításra, sem a más tudományokban való alkalmazásra, az eredmény a matematikusok iránti általános gyűlölet lett – mind a szegény iskolások, mind a felhasználók részéről. Ezen a ponton egy speciális technikát fejlesztettek ki a matematikában. Ez a technika a való világra alkalmazva néha hasznos, de néha önbecsapáshoz is vezethet. Ezt a technikát modellezésnek nevezik. Egy modell megalkotásakor a következő idealizálás történik: bizonyos tényeket, amelyeket csak bizonyos valószínűséggel vagy bizonyos pontossággal ismerünk, „abszolút" helyesnek tekintünk, és „axiómaként" fogadunk el. Ennek az „abszolútumnak" az értelme éppen abban rejlik, hogy megengedjük magunknak, hogy ezeket a „tényeket" a formális logika szabályai szerint használjuk, és eközben „tételnek" nyilvánítjuk mindazt, amit levezethetünk belőlük.A „tiszta" deduktív-axiomatikus matematika megteremtésére tett kísérletek a fizikában használt séma (megfigyelés – modell – a modell vizsgálata – következtetések – megfigyelésekkel való ellenőrzés) elvetéséhez és a definíció – tétel – bizonyítás sémával való felváltásához vezettek... Minden olyan kísérlet, amely arra irányul, hogy a fizikának és a valóságnak a matematikába való ilyen beavatkozását nélkülözze, szektásság és elszigetelődés, amely minden értelmes ember szemében lerombolja a matematikáról mint hasznos emberi tevékenységről alkotott képet."

Ennek az előadásnak következményeként a Bourbaki-csoport meghátrált. Pierre Cartier, a csoport egyik tagja elismerte, hogy helytelen a matematikát úgy tanítani, ahogy a könyveikben le van írva, mert azok a matematika enciklopédiái. Ezeket tankönyveknek tekinteni katasztrófális tévedés.

Az axiomatikus halmazelmélet új ruhát biztosított a matematika szintetikus bemutatására, de ettől az nem sokat változott: a természettudományok „bábáskodásával" született és virágzott ki. Története különösen a fizikáéval mindig szorosan kapcsolódott és kapcsolódik ma is. Jó példa erre, hogy a folyadékok áramlásának tanulmányozása közben maga Arnold rendkívül fontos eredményekkel gazdagította a nemlineáris differenciálegyenletek elméletét. Ugyanakkor ritkaságszámba menő tanár volt. Különleges tehetsége volt ahhoz, hogy szép, új problémákat találjon, hogy felkeltse velük tanítványainak érdeklődését, és bevonja őket a munkába. Rendkívüli előadó volt a matematikaoktatás minden szintjén. Nehéz, modern elméletek váltak egészen világossá és egyszerűvé az ő kifejtésében. A modern matematikaoktatást aligha lehetne jobban elképzelni, mint ahogy zseniális tankönyveiben le van írva.

Arnold határozottan és nyíltan bírálta a múlt század közepétől a matematikaoktatásban megnyilvánuló magas szintű absztrakciós tendenciát. Nagyon határozott véleménye volt arról, hogy az a felfogás, amelyet a Bourbaki-iskola testesített meg, negatív hatással volt a francia, majd később más országok matematikaoktatására is. Nagyon aggasztotta az, amit a matematika és a természettudományok 20. századi viszonylagos eltávolodása okozott. A Bourbaki-módszer legfontosabb hiányossága, hogy nem veszi (kellőképpen) figyelembe sem a matematikatörténet tanulságait, sem a matematika alkalmazhatóságát. Sajnos, ezeket a hibákat – például Romániában – ma is elkövetik.

Hogyan lehetne változtatni a matematikatanítás mostani helyzetén? Szerintem feltétlenül figyelembe kell venni Arnold meglátásait. Kétségtelen, hogy véleménye a matematikáról és annak tanításáról helyes. Őt kellene követniük azoknak is, akik a tanterveket összeállítják.

Különös figyelmet kell fordítani a matematika alkalmazásaira a fizikában és más tudományágakban, hiszen azokból erednek a matematika fogalmai és tételei. A tananyagból ki kell hagyni a fölösleges formalizmusokat, mint például a halmazelméleti ismereteket, bonyolult összefüggéseket, az indokolatlan általánosításokat és a nehézkes algoritmusokat. Ezáltal lehet csökkenteni a tananyagot. És még valami: értelmetlen az az elvárás, hogy a középiskolában tanítsunk meg minél többet abból, ami az alkalmazott tudományok elsajátításához szükséges. A lényeg az, hogy amit tanulnak a tanulók, azt értsék és tudják használni.

Egyensúlyi görbék digitalizálása rektifikáló-oszlop számítása céljából

András Csaba Dezső, Gagyi Renáta Irén, Mátyás László, Salamon Rozália Veronika, Molnos Éva, Szép Alexandru

Sapientia-Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Csíkszeredai Kar

andrascsaba@uni.sapientia.ro, gagyirenatairen@uni.sapientia.ro, molnoseva@uni.sapientia.ro, matyaslaszlo@uni.sapientia.ro, alszep@uni.sapientia.ro

Az egyszeri vagy ismételt szakaszos vagy folytonos lepárlás tervezésének fontos lépése az egyensúlyi egységszám becslése. Az egyszerű kétkomponensű rendszerek relatív illékonyságra alapuló Fenske modellje úgy a numerikus mint a grafikus megoldással biztosítja az egységszám pontos meghatározását.

Azonban az olyan bináris rendszereknél, amelyek azeotrop elegyet hoznak létre a grafikus megoldás elég nagy hibalehetőséggel számol. Épp ezért, főleg azon rendszereknél, amelyek az azeotrop környékén nagyon megközelítik a négyzetdiagram diagram átlóját a numerikus módszer gyorsabb és pontosabb eredményhez vezet, ha az egyensúlyi görbét megfelelő összefüggéssel helyettesítjük.

Erre többféle megoldást dolgoztunk ki kezdve a különböző hatványkitevőjű polinomoktól egész a változó relatív illékonyságú rendszerek elsődleges relatív illékonyság-összetétel függvényekig.

A mérési görbék digitalizálására alkalmazott program segítségével, meghatározhatóvá vált a változó illékonyság esetében is az egyensúlyi görbe matematikai leírása, amely ismeretében az egységszám meghatározása Excel programban elvégezhető.

Coulomb hullámfüggvények csillagszerűségi sugarának aszimptotikus hatványsora

Baricz Árpád

Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Közgazdaság és Gazdálkodástudományi Kar, Üzletvezetés Tanszék, Sepsiszentgyörgy, Románia

Óbudai Egyetem, Neumann János Informatikai Kar, Alkalmazott Matematikai Intézet, Budapest, Magyarország

`bariczocsi@yahoo.com`

A Bessel függvények a klasszikus speciális függvények fontos elemei, és gyakran megjelennek a matematikai analízis, matematikai fizika vagy mérnöki tudományokkal kapcsolatos problémákban. Geometriai tulajdonságaik tanulmányozását a komplex függvénytan szempontjából az 1960-as években Richard Brown, Thomas Hayden, Erwin Kreyszig, Edward Merkes, John Todd, Malcom Robertson és Herbert Wilf kezdeményezte. Louis de Branges egyrétű függvényekre vonatkozó híres Bieberbach-sejtésének 1985-ös bizonyítását követően a hipergeometrikus függvények a komplex függvénytan reflektorfényébe kerültek, és a kutatók e függvények geometriai tulajdonságait intenzíven tanulmányozták az elmúlt évtizedekben. A hipergeometrikus függvények csillagszerűségére és konvexitására vonatkozó eredmények egy részét azonban csak elégséges (és nem szükséges) feltételek formájában sikerült megadni, és néhány esetben nem lehetett megtalálni a paraméterek olyan optimális tartományát, amelyre a megfelelő hipergeometrikus függvények az egyrétű függvények néhány ismert alosztályába tartozzanak. A hipergeometrikus függvényekkel kapcsolatos eredmények hatására az elmúlt néhány évtizedben a Bessel függvények geometriai tulajdonságait (úgymint egyrétűség, csillagszerűség, konvexitás, egyenletes konvexitás) is alaposan tanulmányozták a szakértők. A Bessel függvények esete szerencsésebb volt: sikerült meghatározni az elsőfajú normalizált Bessel függvények esetén a csillagszerűségi és konvexitási sugarakat és rendet, egyenletes konvexitás esetén is (lásd például a [**BKS14**] és [**BS14**] tanulmányokat és az ezekben található szakirodalmat).

A [**BN21**] tanulmányban a szerzők a normalizált, elsőfajú Bessel függvények csillagszerűségi sugarának aszimptotikus viselkedését vizsgálták az úgynevezett Rayleigh összegek és az aszimptotikus inverzió segítségével. Ebben az előadásban a normalizált reguláris Coulomb hullámfüggvények csillagszerűségi sugarának aszimptotikus hatványsorát vizsgáljuk közönséges potenciális polinomok segítségével. A bizonyítások fontos elemei a reguláris Coulomb hullámfüggvények zérusainak Rayleigh összegei, az aszimptotikus inverzió és néhány alapvető eredménye Štampach és Šťovíček matematikusoknak a szabályos Coulomb hullámfüggvényekre vonatkozóan (lásd [**SS14**]). Az előadás a [**BKS24**] tanulmányon alapszik.

Hivatkozások

[**BKS24**] Á. Baricz, P. Kumar, S. Singh, The radius of starlikeness of regular Coulomb wave functions, *Proc. Edinb. Math. Soc.* (2024) (submitted).

[**BKS14**] Á. Baricz, P.A. Kupán, R. Szász, The radius of starlikeness of normalized Bessel functions of the first kind, *Proc. Amer. Math. Soc.* 142 (2014) 2019–2025.

[**BN21**] Á. Baricz, G. Nemes, Asymptotic expansions for the radii of starlikeness of normalised Bessel functions, *J. Math. Anal. Appl.* 494 (2021) Art. 124624, 11 pp.

[**BS14**] Á. Baricz, R. Szász, The radius of convexity of normalized Bessel functions of the first kind, *Anal. Appl.* 12(5) (2014) 485-509.

[**SS14**] F. Štampach, P. Šťovíček, Orthogonal polynomials associated with Coulomb wave functions, *J. Math. Anal. Appl.* 419 (2014) 231–254.

A legjobb állandó néhány algebrai egyenlőtlenséghez

Bencze Mihály and Marius Drăgan

benczemihaly@gmail.com, marius.dragan2005@yahoo.com

Ennek a cikknek a célja, hogy megtalálja a legjobb állandót a

$$k \leq f(a, b, c) \tag{1}$$

vagy

$$k \geq f(a, b, c) \tag{2}$$

típusú egyenlőtlenséghez, ahol a, b, c pozitív számok, az f pedig egy racionális, szimmetrikus, homogén függvény

Statisztikai módszerek alkalmazása a légszennyezés elemzésére

Bodor Katalin[1,2], Bodor Zsolt[3,4], Szép Alexandru[2], Szilágyi József[2]

[1] "Venczel József" Szakközépiskola, Csíkszereda
[2]Sapientia Erdélyi Magyar tudományegyetem, Csíkszeredai Kar, Élelmiszertudományi Tanszék
[3]Sapientia Erdélyi Magyar tudományegyetem, Csíkszeredai Kar, Biomérnöki Tanszék
[4] Vadgazdálkodási és Hegyvidéki Erőforrások Kutatási és Fejlesztési Intézet, Csíkszereda

bodorkatalin@uni.sapientia.ro, bodorzsolt@uni.sapientia.ro,
alszep@uni.sapientia.ro szilagyijozsef@uni.sapientia.ro

Az alkalmazott statisztika számtalan eszközt biztosít a környezetvédelem területén, különösen a légszennyezéssel kapcsolatos problémák alaposabb megértéséhez és kezeléséhez. A kutatásaink során a statisztikai módszerek széles körét alkalmaztuk, kezdve a leíró statisztikától, mint az átlag, szórás és medián, amelyek segítenek az adatok alapvető jellemzőinek feltárásában. A kvartilis elemzés, illetve doboz diagramok (box-plot) segítségével vizsgáltuk az adatok eloszlását és az esetleges kiugró értékeket. Továbbá a korrelációs elemzések, mint a Pearson és Spearman korreláció, lehetővé tették a különböző változók közötti kapcsolatok feltárását és értékelését. Ezeken túlmenően a hierarchikus klaszterelemzés segítségével az adatokat csoportokba rendeztük hasonlóságaik alapján, ami hozzájárult a légszennyezéssel kapcsolatos mintázatok felismeréséhez. A fő komponens elemzés (PCA) segített az adathalmazban rejlő főbb tényezők azonosításában, csökkentve az adatok bonyolultságát és segítve a döntéshozatalban. Az előrejelzése modellek, lehetővé tették számunkra a légszennyezési trendek és jövőbeli kockázatok pontosabb előrejelzését, hozzájárulva ezzel a megelőző intézkedések kidolgozásához. Ezek az eszközök a hatékonyabb környezetvédelmi stratégiák kidolgozásához járulnak hozzá.

The application of statistical methods in air pollution analysis

Katalin Bodor [1,2], Zsolt Bodor [3,4], Alexandru Szép [2], József Szilágyi[2]

[1]Technology School "Venczel József", Miercurea Ciuc
[2]Sapientia Hungarian University of Transylvania, Faculty of Economics, Socio-Human Sciences and Engineering, Department of Food Engineering
[3]Sapientia Hungarian University of Transylvania, Faculty of Economics, Socio-Human Sciences and Engineering, Department of Bioengineering
[4]Research and Development Institute for Wildlife and Mountain Resources, Miercurea Ciuc

bodorkatalin@uni.sapientia.ro, bodorzsolt@uni.sapientia.ro,
alszep@uni.sapientia.ro szilagyijozsef@uni.sapientia.ro

Applied statistics provides numerous tools in environmental protection, especially for a deeper understanding and management of issues related to air pollution. In our research, we employed a wide range of statistical methods, starting with descriptive statistics such as mean, standard deviation, and median, which helped reveal the fundamental characteristics of the data. Quartile analysis, using tools like box plots, allowed us to examine data distribution and identify potential outliers. Additionally, correlation analyses, including Pearson and Spearman correlations, enabled us to explore and evaluate relationships between different variables. Moreover, hierarchical cluster analysis helped us group data based on similarities, aiding in the recognition of patterns related to air pollution. Principal component analysis (PCA) played a key role in identifying the main factors within the dataset, reducing complexity, and assisting in decision-making. Forecasting models, allowed us to make more accurate predictions regarding air pollution trends and future risks, contributing to the development of preventive measures. These tools significantly enhance the effectiveness of environmental strategies, particularly in the analysis of air quality data.

A reprodukálhatósági krízisről az automatizált epilepsziafelismerési feladat példáján keresztül

Buza Krisztián

Gazdaságinformatika Tanszék, Budapesti Gazdasági Egyetem
Matematika-Informatika Tanszék, Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Marosvásárhely
chrisbuza@yahoo.com

Az objektivitás és reprodukálhatóság (megismételhetőség) a tudományosság alapvető ismérvei. Ha például kutatók egy csoportja azt állítja, hogy sikerült egy olyan neurális hálózatot kifejleszteniük, amely képes a bőrrákos anyajegyek automatikus felismerésére [1], elvárjuk, hogy ugyanezen neurális hálózatot használva mások is képesek legyenek bőrrákos anyajegyeket felismerni, sőt a kutatócsoport által publikált leírás alapján mások is képesek legyenek egy neurális hálózatot létrehozni az adott feladat megoldására.

A tudományos eredmények reprodukálása különböző tudományterületeken eltérő erőfeszítést igényelhet, és az is előfordul, hogy a publikált eredmények nem reprodukálhatóak: a nemreprodukálható eredmények aránya feltűnően magas a pszichológiában, de – ahhoz hasonlóan, mint amikor az ember főzés közben ugyanazon receptet követve időnként odaégeti az ételt – a kémiai kísérletek megismétlése sem teljesen nyilvánvaló [2].

A gépi tanulás területén a reprodukálhatóság elméletileg viszonylag egyszerűen biztosítható. Elegendő, ha a tudományos munka az alábbi három követelménynek megfelel:

1. a modell tanítása során használt adatok legyenek publikusan elérhetők,
2. a modell tanításához és teszteléséhez használt szoftver (forráskód) legyen publikusan elérhető,
3. a szerzők mellékeljenek egy rövid leírást arról, hogyan kell az általuk készített szoftvert használni, hogyan lehet az eredményeiket reprodukálni.

Megjegyzendő, hogy az utóbbi két pont elméletileg a tanító algoritmus publikálásával is kiváltható, ugyanakkor az algoritmus pontos és *minden* részletere kiterjedő leírása az egyre összetettebb modellek és gépi tanulási eljárások mellett egyre nehezebb. Szintén megemlítjük, hogy előfordulhat, hogy a tanító algoritmus valamilyen véletlenszerű választást tartlamaz (pl. a súlyok inicializálása neurális hálózatok esetében), ekkor a véletlengenerátor seed-jének állítása szükséges az eredmények pontos reprodukálásához.

Annak ellenére, hogy a gépi tanulási eredmények reprodukálhatósága viszonylag egyszerűen biztosítható lenne, a gépi tanulásra épülő elemeket tartalmazó publikációk között szép számmal tanálunk olyanokat, amelyekben a gépi tanulást alkalmazó komponens leírása az előbbi három követelmény egyikének sem felel meg. Példaként tekintjük a tonikus-klónikus epilepsziás rohamok gyorsulásmérő adatok alapján történő automatizált felismerésének feladatát és ehhez kapcsolódóan Beniczky és mtsai. [3], Regalia és mtsai. [4] valamint Onorati és mtsai. [5] rangos folyóiratokban megjelent munkáit.

Egy tudományos eredmény érvényessége szempontjából nem csak az számít, hogy a közölt eredmények azonos körülmények között reprodukálhatók-e. Ennél talán fontosabb is az a kérdés, hogy *hasonló* körülmények között is hasonló eredményekre, következtetésekre jutnánk-e [6]. A korábbi, bőrrákfelismeréses példát folytatva: vajon a rendszer a valós körülmények között keletkező adatok esetében is ugyanolyan pontos felismerésre képes-e, mint az előfeldolgozott és válogatott adatokon?

Az előadás felhívja a figyelmet, hogy egy tudományos állítás erősségének megítélése során vegyük figyelembe a kapcsolódó eredmények reprodukálhatóságát, továbbá a gépi tanulás és mesterséges intelligencia eszköztárának használatakor (pl. ChatGPT) tartsuk szem elő a reprodukálhatóság szempontját.

Hivatkozások

[1] Esteva, Andre, et al. ”Dermatologist-level classification of skin cancer with deep neural networks.” nature 542.7639 (2017): 115-118.

[2] Mai Thi Nguyen-Kim: Die kleinste gemeinsame Wirklichkeit (2021).

[3] Beniczky, Sandor, et al. ”Detection of generalized tonic–clonic seizures by a wireless wrist accelerometer: a prospective, multicenter study.” Epilepsia 54.4 (2013): e58-e61.

[4] Regalia, Giulia, et al. ”Multimodal wrist-worn devices for seizure detection and advancing research: focus on the Empatica wristbands.” Epilepsy research 153 (2019): 79-82.

[5] Onorati, Francesco, et al. ”Multicenter clinical assessment of improved wearable multimodal convulsive seizure detectors.” Epilepsia 58.11 (2017): 1870-1879.

[6] Bouthillier, Xavier, César Laurent, and Pascal Vincent. ”Unreproducible research is reproducible.” International Conference on Machine Learning. PMLR, 2019.

Síkszimmetrikus centrális konfigurációk jellemzése a négytest-problémában

Czirják Zalán

Vadgazdálkodási és Hegyvidéki Erőforrások Kutatási és Fejlesztési Intézet

z.czirjak.astro@gmail.com

Modelleket mutatunk be a síkszimmetrikus centrális konfigurációk átfogó jellemzésére. Tárgyaljuk, amikor a testek tömegeit a konfigurációk alakja (belső szögei) alapján állapítjuk meg, és fordítva, amikor a tömegek alapján állapítjuk meg a konfigurációk alakját (szögeit). Diagram alapú modellt mutatunk be a konkáv alakú centrális konfigurációk esetére, amikor adott tömegekre több különböző alak is lehetséges. Alkalmazásképpen meghatározzuk a négy testből álló síkszimmetrikus centrális konfigurációk lehetséges típusait, amikor a konfigurációk tartalmazzák a Föld és a Hold tömegeit

Hivatkozások

[1] Czirják Z. and Érdi B. A study on the planar symmetric central configurations of four bodies using angles *Romanian Astronomical Journal*, **29**(1):59–74 (2019).

[2] Érdi B. and Czirják Z. Central configurations of four bodies with an axis of symmetry *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, **125**(1):33–70 (2016).

Magfüggvényekre alapozott belsőpontos módszerek elemzése

Darvay Zsolt, E.-Nagy Marianna, Goran Lesaja,
Rigó Petra Renáta, Varga Anita

Babeş-Bolyai Tudományegyetem, Kolozsvár
Corvinus Operációkutatási Kutatóközpont, Budapesti Corvinus Egyetem
Georgia Southern Egyetem, Statesboro
North Carolina State Egyetem, Raleigh

darvay@cs.ubbcluj.ro, marianna.eisenberg-nagy@uni-corvinus.hu,
goran@georgiasouthern.edu, petra.rigo@uni-corvinus.hu, avarga@ncsu.edu

A lineáris komplementaritási feladatok megoldása érdekében egy új, belsőpontos algoritmusokra vonatkozó, keretrendszert vezetünk be, amely magfüggvényeken alapszik. Ezáltal a magfüggvényeknek egy új osztályát határozzuk meg, melyet a standard magfüggvények osztályának nevezünk. Az általános belsőpontos módszerhez egységes és átfogó komplexitáselemzést nyújtunk, valamint egy általános eljárást dolgozunk ki a módszer hosszú és rövid lépéses változatainak iterációs korlátjainak meghatározására a standard magfüggvények teljes osztálya számára. Megmutatjuk, hogy a szakirodalomban elérhető standard magfüggvényekre az általunk biztosított eljárással megkapjuk a legjobb iterációs határokat.

Az optimális pályaszámítás mint a modell prediktív irányítás része

Dávid László, György Katalin

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Marosvásárhelyi Kar, Villamosmérnöki Tanszék

ldavid@ms.sapientia.ro, kgyorgy@ms.sapientia.ro

Az optimális pályaszámítás valamint a modell alapú prediktív irányítás az optimális irányítás elméletének gyakorlati alkalmazásait jelentik. A modern irányítástechnikában ezek nagyon kedveltek lettek, mert az irányítás egy nagyon hatékony módszerét jelentik, amelyet gyakran alkalmaznak az önvezető autóknál, a drónok vagy repülő szerkezetek valamint a humanoid robotok irányításánál. A dolgozatban egy ilyen példát mutatunk be amelyet az ACROBOT akronímként ismert rendszer esetében alkalmazunk.

Trajectory optimization as part of model predictive control

László Dávid , Katalin György

Sapientia Hungarian University of Transylvania, Faculty of Technical and Human Sciences
Department of Electrical Engineering

ldavid@ms.sapientia.ro, kgyorgy@ms.sapientia.ro

Trajectory optimization and model predictive control are model-based optimization approaches, built upon optimal control theory. They are becoming increasingly popular in automotive systems, drone and aeronautics control and robot control, because they offer an automatic way to stabilize highly dynamic systems, even for underactuated systems motions. Also they offer the possibility to control legged robots, as humanoids. In this work we present the ACROBOT trajectory optimization and control application.

Negyedrendű nemlineáris sajátérték-probléma szinguláris és szublineáris potenciállal

Farkas Csaba

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem
Marosvásárhelyi Kar
Matematika-Informatika Tanszék
farkascs@ms.sapientia.ro

Ebben az előadásban olyan negyedrendű parciális differenciálegyenleteket tanulmányozunk nem-kompakt Riemann sokaságokon, amelyek szinguláris tagot tartalmaznak. A feladatot variációs módszerekkel tanulmányozzuk, azaz az egyenlethez hozza rendeljük az Euler-Lagrange funkcionált és annak kritikuspontjai szolgáltatják az egyenletünk megoldását. A kritikuspontok létezéséhez egy Ricceri-típusú tételt fogunk használni.

A Rajintelligencia Algoritmusok Teljesítményének Evolúciója

Filep Levente

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Csíkszeredai Kar

fileplevente@uni.sapientia.ro

A globális optimalizálás az alkalmazott matematika azon ága, amely arra összpontosít, hogy olyan módszereket fejlesszen ki, amelyek általában egy matematikai függvény formájában leírt probléma globális optimumának meghatározására szolgálnak. A mérnöki tudományokban, pénzügyekben és a gépi tanulásban való alkalmazásai révén ez a terület továbbra is a kutatás középpontjában áll, és folyamatosan fejlődik.

Ahogy az alkalmazási problémák egyre bonyolultabbá válnak, gyakorlatilag lehetetlenné válik elegendő számú pontban kiértékelni a célfüggvényt ahhoz, hogy kellő pontossággal rálátásunk legyen a függvény által leírt keresési tér formájára és így az optimum helyének megközelítésére. Ilyen összetett problémák esetén még egyetlen pont kiértékelése is rendkívül időigényes lehet, amely órákat vagy akár napokat is igénybe vehet. Ilyen helyzetekben gyakran alkalmazunk metaheurisztikus algoritmusokat a globális optimumok keresésére. Bár ezek a módszerek nem garantálják a globális optimumok megtalálását, az alkalmazott heurisztikák függvényében gyakran találhatunk „elég jó” megoldásokat.

A rajintelligencia (Swarm Intelligence, SI) algoritmusok egy olyan metaheurisztikus algoritmusosztály, amelyek keresési heurisztikáit a természetbeli rajok viselkedése ihlette, mint például különféle állatok, madarak, halak rajai, vagy más természetes jelenségek, például fizikai részecskék vagy testek rajai. A rajokban lévő egyének alapvető ügynökök a rendszerben, akik egyszerű szabályokat követnek, ám összességében cselekedeteik kollektív intelligenciát hoznak létre, innen ered a rajintelligencia elnevezés.

Az elmúlt három évtizedben a kutatók számos ilyen algoritmust javasoltak és valósítottak meg, a legfrissebb felmérések szerint mintegy 400-at. Ebben a tanulmányban néhány ilyen jól ismert és könnyen hozzáférhető algoritmust vizsgálok meg, a legrégebbiektől a legújabbakig, és összehasonlítom ezek teljesítményét.

Összekapcsolt monom függvénypárok

Garda-Mátyás Edit

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Csíkszeredai Kar

gardamatyasedit@uni.sapientia.ro

Olyan $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ n-edfokú ($n \in \mathbb{N}$, $n \geqslant 2$) monom függvényeket tanulmányozunk, amelyek teljesítik az

$$y^n f(x) = x^n g(y)$$

feltételes egyenletet egy adott görbe összes (x, y) pontjára.

Azt találjuk, hogy a legtöbb (de nem az összes) vizsgált esetben f és g egyenlő és folytonos.

Hivatkozások

[1] B. Ebanks: *Linked pairs of additive functions*, Aequationes Math. 91 (2017), 1025–1040.

[2] E. Gselmann, M. Iqbal: *A functional equation for monomial functions*, (October 2024), DOI: 10.48550/arXiv.2410.07831

[3] Z. Boros, E. Garda-Mátyás: *Conditional equations for monomial functions*, Publ. Math. Debrecen, 100/3-4(1), (2022), 263–276

Optimalitási kritériumok geometriai vizsgálata

Gencsi Mihály, G.-Tóth Boglárka

Szegedi Tudományegyetem, Természettudományi és Informatikai Kar, Informatika Intézet

gencsi@inf.u-szeged.hu, boglarka@inf.u-szeged.hu

Ez a kutatás a korlátozott nemlineáris optimalizálási problémák megoldására összpontosít. Amikor stabil megoldásra van szükségünk, az egyik leggyakrabban használt módszer az Intervallumos Branch and Bound (IBB). Azonban az IBB implementációk többsége nem használja a Karush-Kuhn-Tucker (KKT) vagy Fritz-John (FJ) optimalitási feltételeket, amely segítene kiszűrni a nem optimális intervallumokat. Ezek alkalmazásához egy intervallumértékű lineáris egyenletrendszert kell megoldanunk, ami sokszor nehézkes lehet, mivel az intervallumok túl szélesek, vagy a rendszerben túl sok fölösleges feltétel található. Ez gyakran negatív eredményekhez vezet, és csak növeli a számítási időt.

Előadásunkban bemutatunk egy előzetes tesztet, amely lehetővé teszi, hogy a Fritz-John optimalitási feltételek csak akkor oldjuk meg, ha más módon nem tudjuk kizárni a megoldás létezését az adott intervallumban. Felhívjuk a figyelmet a Fritz-John egyenletrendszer megoldásának nehézségeire. Bevezetünk egy módszert, amely során az aktív feltételek gradienseinek intervallumos befoglalásával eldöntjük, hogy az adott intervallum tartalmazhatja-e az optimális megoldást. Ha a teszt igazolódik, akkor megoldjuk a Fritz-John egyenletrendszert, amivel ideális esetben redukálhatjuk vagy kizárhatjuk az intervallumot.

Hivatkozások

[1] M. Gencsi, B. G.-Tóth. ”The Fritz-John Condition System in Interval Branch and Bound method,” in Annales Mathematicae et Informaticae, 2023.

[2] O. Mangasarian, S. Fromovitz. ”The Fritz John necessary optimality conditions in the presence of equality and inequality constraints,” in Journal of Mathematical Analysis and Applications, vol. 17, no. 1, pp. 37–47, 1967.

[3] E. Hansen, G. Walster, Global Optimization Using Interval Analysis: Revised And Expanded. CRC Press, 2003.

[4] E. Hansen, G. Walster. ”Bounds for Lagrange multipliers and optimal points,” in Computers & Mathematics with Applications, vol. 25, no. 10, pp. 59-69, 1993.

Biortogonális tenzorok

Horobeț Emil

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Marosvásárhelyi Kar
Matematika-Informatika Tanszék

horobetemil@ms.sapientia.ro

Ebben az előadásban olyan tenzorokat tanulmányozunk, amelyek felbonthatóak a saját egy-rangú közelítéseik segítségével. Tehát azok a tenzorok érdekelnek, amelyek felbonthatók a következő eljárással: számoljunk ki egy kritikus egy-rangú közelítését a tenzornak, ezt vonjuk ki belőle, számítsuk ki az újonnan kapott, ú.n. deflált tenzor egy kritikus egy-rangú közelítését, és ismételjük az eljárást, amíg nullát nem kapunk. A tagok száma egy ilyen bontásban meghaladhatja a tenzor rangját. Ezenkívül ez a felbontás függhet az egy-rangú tagok kivonási sorrendjétől. Ha azonban a felbontásban szereplő összes egy-rangú tenzor ortogonális legalább két tényezőben, akkor nem számít a tagok kivonási sorrendje, és így a felbontás a sorrendtől függetlenül érvényes. Az ilyen felbontást megengedő tenzorokat biortogonálisnak nevezzük, és ezeknek a tenzoroknak a geometriáját vizsgáljuk.

Módszertani megújulás a párbeszéd-orientált szoftverfejlesztés korszakában

Iclănzan Dávid

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Marosvásárhelyi Kar

iclanzan@ms.sapientia.ro

A nagy nyelvi modellek a párbeszéd-alapú programozás révén átformálják a programozás és a szoftverfejlesztés aktivitásokat és szerepköröket, új kihívások elé állítva a hagyományos informatikai oktatást. Az előadás iparági trendeket és kutatási eredményeket ismertet az nagy nyelvi modellek és emberi programozók teljesítményének összehasonlítása terén, rávilágítva a soron következő generáció előtt álló kihívásokra és lehetőségekre. Ezen felül egy átfogó keretrendszert vázol fel a mesterséges intelligencia-alapú páros programozás oktatásban való integrálására, amely a reflexión alapuló tanulást, a fokozatos komplexitásnövelést, a kreatív autonómiát és az irányított AI-felügyeletet helyezi előtérbe.

Hivatkozások

[1] Ozkaya, I. The next frontier in software development: AI-augmented software development processes. *IEEE Software*. **40**, 4-9 (2023)

[2] Coignion, T., Quinton, C. & Rouvoy, R. A Performance Study of LLM-Generated Code on Leetcode. *Proceedings Of The 28th International Conference On Evaluation And Assessment In Software Engineering*. pp. 79-89 (2024)

[3] Marques, N., Silva, R. & Bernardino, J. Using ChatGPT in Software Requirements Engineering: A Comprehensive Review. *Future Internet*. **16**, 180 (2024)

[4] Marar, H. Advancements in software engineering using AI. *Computer Software And Media Applications*. **6**, 3906 (2024)

[5] Kokol, P. The Use of AI in Software Engineering: A Synthetic Knowledge Synthesis of the Recent Research Literature. *Information*. **15**, 354 (2024)

[6] Zhang, J., Li, D., Kolesar, J., Shi, H. & Piskac, R. Automated feedback generation for competition-level code. *Proceedings Of The 37th IEEE/ACM International Conference On Automated Software Engineering*. pp. 1-13 (2022)

[7] Hendrycks, D., Basart, S., Kadavath, S., Mazeika, M., Arora, A., Guo, E., Burns, C., Puranik, S., He, H., Song, D. & Others Measuring coding challenge competence with apps. *ArXiv Preprint ArXiv:2105.09938*. (2021)

Problémagenerátor és a felső sarok algoritmus egy 2 dimenziós téglalapos szabási problémánál

Illyés László és Filep Levente

Sapientia-Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Csíkszeredai Kar, Gazdaságtudományi Tanszék

illyeslaszlo@uni.sapientia.ro, fileplevente@uni.sapientia.ro

A problémagenerátorok hasznosak lehetnek bizonyos algoritmusok hatékonyságának lemérésére. Esetünkben egy szabás - csomagolási problémához készítettük. Ez a problémagenerátor 2 dimenziós nagy téglalapon kisebb téglalapokat hoz létre, s így tökéletes lefedését biztosítja a nagy téglalapnak.

A szakirodalomban hiánypótló, viszont csak algoritmusok versenyeztetésére használható. A felső sarok algoritmust, amely az egyik szerző ötletére épül teszteljük ezzel a probléma generátorral. Ez a módszer kiküszöböli a holt tér keletkezését, ami az egyszerűbb algoritmusok velejárója. Az algoritmus még a genetikus algoritmus aspektusait is magán hordozza.

A genetikus algoritmus a kis téglalapok lehelyezési sorrendjében és a felső sarok kiválasztásában vesz részt. A módszer azért gyorsabb más algoritmusoknál, mert a lehetséges elhelyezésnél csak 3 sarkat kell megvizsgáljon, s ha azok nem fednek más, már elhelyezett téglalapot, akkor a következő lépésben csak a kis téglalap egységnyi széleire kell elvégezni ugyanazt a vizsgálatot.

Legyen 2025 Bolyai Farkas-év!

Kása Zoltán

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Marosvásárhelyi Kar

kasa@ms.sapientia.ro

1775. február 9-én született Bolyai Farkas, aki nemcsak Bolyai János apja, tanítója és inspirálója, de jelentős matematikus is volt. Első életrajzírója, Paul Stäckel szerint vele kezdődik a magyarországi matematikai kutatás története.

János írta apja halálakor: *„Bolyai Farkas teljesen egyenlő rangú Gauss-szal. Mindent összevéve, egyetlen halandó sem lehet tökéletes. Farkas munkássága sem kevésbé fontos, és előnyösebbnek tartom, hogy inkább az utóbbinak vezetése alatt álltam, mint a Gaussé alatt, mert Gauss sohasem csepegtette volna belém a matematika, és még kevésbé a filozófia iránti tiszta lelkesedést, és egyáltalán, nem lett volna képes önképzésemnek legkevesebb és legjobb részének úgy járulni hozzá, mint Bolyai Farkas. Egy Euklid, Archimedes, Newton, Euler, Lagrange, Gauss és Bolyai Farkas mily nagy tanítói a világnak! S hol lenne ma a tudomány, ha akármelyik kimaradott volna?”* ”

Az előadásban bemutatom elképzeléseimet arról, hogy hogyan lehetne méltó módon megünnepelni ezt a 250. évfordulót.

Hivatkozások

[1] Bolyai Farkas, Wikipédia

[2] Weszely Tibor: *Bolyai Farkas, a matematikus*, Tudományos Könyvkiadó, Bukarest, 1974.

Algoritmika a színpadon: hallgatói megítélés

Kátai Zoltán
Osztián Erika
Osztián Pálma Rozália

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem
Marosvásárhelyi Kar
Matematika-Informatika Tanszék

katai_zoltan@ms.sapientia.ro
osztian@ms.sapientia.ro
osztian.palma@ms.sapientia.ro

A bemutatásra kerülő tanulmány egy algoritmikai tartalmú színpadi jelenetsorozatot bemutató videóval kapcsolatos hallgatói visszajelzéseket vizsgál nyolc dimenzió mentén: kognitív előny, elköteleződési előnyök, elköteleződési tényezők, filmes jellemzők, észlelt hasznosság, észlelt élvezet, kompatibilitás és attitűd. A kutatásban 214 elsőéves hallgató vett részt, akiket szakterületük (számítástechnikai tudományok, műszaki mérnöki tudományok, kertészmérnöki tudományok, társadalom- és humántudományok) és korábbi programozási tapasztalataik (nulla, némi, jelentős tapasztalat) alapján osztottunk csoportokra.

Az eszközt minden dimenzió mentén pozitívan értékelték a hallgatók, a legmagasabb átlagpontszámot az attitűd kapta. Noha a legtöbb dimenzió esetében nem mutatkozott jelentős főhatás a szakterület vagy a programozási tapasztalat alapján, a haladó programozási ismeretekkel rendelkező és a számítástechnikai területeken tanuló hallgatók szignifikánsan magasabb kognitív előnyöket jelentettek, ami arra utal, hogy az algoritmikában való jártasság növeli a videó észlelt kognitív értékét.

Ezzel szemben a programozási tapasztalattal nem rendelkező résztvevők a nem-kognitív dimenziókat értékelték jobban, ami valószínűleg a videó esztétikai tulajdonságainak és magával ragadó jellegének nagyobb hangsúlyozását tükrözi. Ezek az eredmények összhangban vannak a korábbi kutatásokkal, amelyek szerint a jól megtervezett oktatási eszközök hatékonyak lehetnek mind a technikai, mind a nem technikai hátterű hallgatók esetében. A jövőbeli kutatásoknak érdemes lenne további tényezőket is vizsgálniuk, mint például a kognitív stílusok és tanulási preferenciák.

Alkalmazott gépi tanulási problémák a lapterjesztésben

Kolumbán Sándor, Burszán Hunor

Babeș-Bolyai Tudományegyetem, Explorer Consulting

sandor.kolumban@ubbcluj.ro, hunor.burszan@explorer-consulting.ro

Az utóbbi időben a nyomtatott kiadványok iránti kereslet csökkenőben van, ráadásul ezek terjesztése sok szempontból speciális, jelentősen eltér az átlagos értékesítési folyamatoktól. Ilyen környezetben nem meglepő, hogy a terjesztő vállalkozások javítani próbálják a tevékenységük hatékonyságát és növelni próbálják az eladott példányszámokat.

Az előadás keretében a lapterjesztési tevékenység specifikumainak áttekintésével kezdünk. A rendelkezésre álló adatok struktúrájának bemutatása után elemezzük, hogy milyen célok tűzhetőek ki egy ilyen vállalkozás számára. Ezek között kiemeljük az értékesítési helyek javaslását, valamint értékesítési helyek közötti kiadványelosztást.

Az értékesítési helyekkel kapcsolatos feladat megoldására egy alacsonyrangú mátrix kiegészítésen alapuló algoritmust mutatunk be.

A helyekkel kapcsolatos kérdések megoldása után a ténylegesen kiszállítandó mennyiségek meghatározását tekintjük át. Statisztikai alapú termek újraelosztási algoritmust javaslunk egy új helyszínen történő értékesítés elkezdésének.

Az algoritmusok bemutatása után az ezeket támogató és megvalósító elkészült szoftverrendszert mutatjuk be mind felhasználói, mind fejlesztői szemszögből.

Zárásként egy ilyen projekt finanszírozási lehetőségeiről fogalmazunk meg pár gondolatot.

33 éve Erdélyben a Nemes Tihamér Nemzetközi Programozási Verseny

Kovács Lehel István

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Marosvásárhely

klehel@ms.sapientia.ro

2024-ben szerveztük meg a Nemes Tihamér Nemzetközi Programozási Verseny Erdélyi Regioná-lis Fordulójának 33. kiadását. Jelentős időszak ez a 33 év, hisz iskolás és középiskolás diákok ez-rei vettek részt a különböző fordulókon, a verseny meghatározta a továbbjutók szakmai előme-netelét, pályaválasztását, egyetemista életét. A verseny 33 éve során 699 iskolából 24 406 tanuló vett részt a helyi / megyei fordulókon, 384 iskolából 1588 diák vett részt az erdélyi regionális döntőn (1192 a 2000–2001-es tanévtől), valamint 483 tanuló a budapesti nemzetközi döntőn (380 a 2000–2001-es tanévtől). Ha az iskolák évenkénti számát összesítjük, akkor 38 erdélyi iskola vett részt a Nemes Tihamér Versenyen, ezek közül három folytonosan minden évben, három pedig csak egy-egy év kieséssel. Legtöbb diákot a Szatmárnémeti – Kölcsey Ferenc küldött, 258-at (42, 118, 98 korosztályi lebontásban), azután a Marosvásárhely – Bolyai Farkas következik, 210 diákkal (7, 93, 110 korosztályonkénti lebontásban), majd a Székelyudvarhely – Tamási Áron áll a harmadik helyen 137 diákkal (0, 64, 73). Kilenc olyan iskola van, amelyekből az évek során csak egy-egy tanuló jutott tovább az erdélyi regionális döntőre. A budapesti döntőre jutás sorrendje is ugyanez 101 (16, 44, 41); 66 (3, 24, 39); valamint 40 (0, 20, 20) tanulóval.

20 erdélyi diák vett részt a különböző olimpiai válogatókon, két diáklány pedig három alkalommal vett részt az EGOI diákolimpián, a legmagasabb megszerzett díj az olimpiai ezüstérem volt (2021-ben). Ha a korcsoportonkénti lebontást vesszük figyelembe, akkor azt mondhatjuk el, hogy a 2000–2001-es tanévtől kezdődően 85 tanuló az I. korcsoportból (V–VIII. osztály), 541 tanuló a II. korcsoportból (IX–X. osztály), 566 tanuló pedig a III. korcsoportból (XI–XII.) vett részt az erdélyi regionális döntőn, a budapesti döntő pedig így alakult: I. korcsoport: 37, II. korcsoport: 151, III. korcsoport pedig 192.

Megfigyelhetjük, hogy míg a II. és a III. korcsoportban közel ugyanannyi tanuló versenyezett, addig az I. korcsoport messze elmarad ettől a számtól. Ez annak tulajdonítható, hogy az erdélyi iskolákban, az V–VIII. osztályokban nem mindenhol folyik informatika, jelesen programozás oktatás.

Örvendetes, hogy az erdélyi magyar tanulókat ilyen szinten is érdekli az informatika, a programozás, és nemzetközi szinten is igen szép eredményeket érnek el!

Hivatkozások

[1] https://emt.ro/esemeny/nemes-tihamer-nemzetkozi-informatikai-tanulmanyi-verseny/nemes-tihamer-nemzetkozi

[2] http://nttv.gyakg.u-szeged.hu/docs/nttvtort.htm

[3] https://raketa.hu/eles-julia-ma-ezustermet-szerzett-az-europai-lanyok-informatikai-olimpiajan

[4] https://www.inf.elte.hu/content/az-elte-ik-n-kezdett-az-europai-lany-informatikai-diakolimpia-bronzermese.t.4044

[5] https://emt.ro/esemeny/nemes-tihamer-nemzetkozi-informatikai-tanulmanyi-verseny/nemes-tihamer-nemzetkozi

[6] http://tehetseg.inf.elte.hu/

[7] Ionescu Klára: Közép-Európai Informatikai Diákolimpiák, Historia Scientiarum, EMT, Kolozsvár, 2023. (https://ojs.emt.ro/hs/article/view/1490)

Ajánlórendszerek összehasonlító elemzése

Kristó Csongor, Pál László

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Csíkszeredai Kar

kristolcsongor@uni.sapientia.ro, pallaszlo@uni.sapientia.ro

Az ajánlórendszerek kulcsszerepet játszanak az e-kereskedelemben és a közösségi médiákban, javítva az ügyfélélményt és növelve az értékesítést. Különböző típusai közül a kollaboratív szűrés [1] a felhasználók vagy termékek közötti hasonlóságok alapján készít ajánlásokat, míg a tartalom alapú rendszerek [5] a termékek sajátosságait veszik figyelembe. A hibrid rendszerek [3] célja ezeknek a megközelítéseknek kombinálásával a pontosabb ajánlások létrehozása. Tanulmányunk célja a memória és modell alapú kollaboratív algoritmusok, valamint a TF-IDF [2] és SBERT [4] hatékonyságának vizsgálata egy hibrid rendszer fejlesztése érdekében.

Hivatkozások

[1] Goldberg, K., Roeder, T., Gupta, D., & Perkins, C. (2001). Eigenstate: A constant time collaborative filtering algorithm. Information Retrieval, 4(2), 133-151.

[2] Ni, J., Cai, Y., Tang, G., & Xie, Y. (2021). Collaborative Filtering Recommendation Algorithm Based on TF-IDF and User Characteristics. Applied Sciences, 11(20).

[3] Parthasarathy, G., & Devi, S. S. (2023). Hybrid Recommendation System Based on Collaborative and Content-Based Filtering. Cybernetics and Systems, 54(4), 432-453.

[4] Reimers, N., & Gurevych, I. (2019). Sentence-BERT: Sentence Embeddings using Siamese BERT-Networks. Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing.

[5] Wang, R., Liang, Y., Xu, D., Feng, X., & Guan, R. (2018). A content-based recommender system for computer science publications. Knowledge-Based Systems, 157, 1-9.

A román állami nyugdíjrendszer dinamikus szcenárió elemzése

Lőrincz Annamária

Sapientia-Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Csíkszeredai Kar, Gazdaságtudományi Tanszék

`lorinczannamaria@uni.sapientia.ro`

A kutatásban a román állami nyugdíjrendszer döntéshozói számára optimális, minimális gazdasági és társadalmi költségekkel járó szcenáriók kerülnek bemutatásra, 2024-2040 periódusban. A szcenáriók tartalmazzák az optimális döntések sorozatát és azok meghozatalának időpontjait. A nyugdíjrendszer dinamikája a Bellman-féle dinamikai egyenletre alapozva kerül modellezésre. A dinamikus modellben minimalizálásra kerül a büntetőfüggvény, amelynek bemeneti paraméterei: nyugdíjkorhatár, bruttó országos átlagbér, járulékszint, előrehozott nyugdíjasok aránya, foglalkoztatott nyugdíjasok aránya, foglalkoztatottsági ráta valamint a populáció dinamikai paraméterek.

A dinamikus programozási modell lehetővé teszi egy ország nyugdíj modelljének implementálását, esetünkben a román állami nyugdíjrendszer törvényes kereteit. A különböző törvényi változtatások a modell adaptív jellegéből adódóan könnyen beépíthetők a dinamikus rendszerbe. Továbbá a modell és a hozzátartozó program összességében lehetőséget ad a döntéshozó számára, hogy a meghatározott prioritási sorrend alapján, megadja az életminőséget mutató büntetőfüggvényben a súlyok értékeit. Így különböző nyugdíjrendszer-politikákat kaphat. A megvalósításához a MATLAB programozási környezetet használtuk.

A jelen munkát Magyarország Collegium Talentum programja támogatja.

Preferencia-homogén értékfüggvény a kilátáselméletben

Makó Zoltán és Salamon Júlia

Sapientia-Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Csíkszeredai Kar, Gazdaságtudományi Tanszék

makozoltan@uni.sapientia.ro, salamonjulia@uni.sapientia.ro

A kilátáselmélet számos alkalmazása a kockázatkezelésben és a többkritériumos döntéshozatalban implicit módon feltételezi, hogy a döntéshozók értékfüggvényei preferencia-homogének és referenciaértékük nulla.

Az előadás keretében a preferencia-homogenitás fogalmát kiterjesztjük arra az esetre, amikor a referenciaérték nem nulla. Bizonyítjuk, hogy egy preferencia-homogén, referenciafüggő értékfüggvény kifejezhető egy kétváltozós, pozitív homogén függvény valamint egy pozitív értékű egyváltozós függvény szorzataként úgy a nyereségekre, mint a veszteségekre vonatkozóan. Meghatározzuk a preferencia-homogén értékfüggvény rugalmasságának általános képletét is.

Megmutatjuk, hogy egy kétváltozós preferencia-homogén értékfüggvény kielégíti a Markowitz-követelményeket, ha a referenciaérték döntésről döntésre változik, nyereséges kilátások esetén kis pozitív szám, veszteséges kilátások esetén pedig kis negatív szám.

Alkalmazásként bemutatunk egy olyan preferencia-homogén többkritériumú döntési modellt, amely a kumulatív kilátáselméleten alapul.

Hivatkozások

[1] Tversky, A., D. Kahneman (1992) Advances in Prospect Theory: Cumulative Representation of Uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty*, 5: 297–323. DOI: https://doi.org/10.1007/BF00122574

[2] Nowaihi, A., I. Bradley, S. Dhami (2008) A note on the utility function under prospect theory. *Economics Letters*, 99: 337–339. DOI: https://doi.org/10.1016/j.econlet.2007.08.004

[3] Wakker, P. (2010) Prospect theory: For risk and ambiguity. Cambridge University Press. DOI: https://doi.org/10.1017/CBO9780511779329

Aszimmetrikus kripto, hibák és félreértések

Márton Gyöngyvér

EMTE-Sapientia, Matematika-Informatika kar

mgyongyi@ms.sapientia.ro

A kriptográfia tudományos alapokon való kidolgozása az 1970-es években kezdődött, és az elmúlt évek akadémiai kutatásainak köszönhetően napjainkban a számítógépes adatbiztonság egyik legstabilabb területének számít. Mindezek ellenére a kriptográfiai algoritmusokat óvatosan kell kezelni, mert értelmezésükkor, alkalmazásukkor, az implementációk kivitelezésekor számos biztonsági rést idézhetünk elő.

Jelen előadásban elsősorban az aszimmetrikus kriptográfia területéhez tartozó algoritmusok jelenlegi problémáiról fogunk beszélni, amelyek biztonsága lényegében három számelméleti probléma (egész számok felett értelmezett faktorizáció probléma, prímtestek felett értelmezett diszkrét logaritmus probléma, és elliptikus görbék felett értelmezett diszkrét logaritmus probléma) feltételezett nehézségén alapszik.

Hivatkozások

[1] Arjen K. Lenstra, James P. Hughes, Maxime Augier, Joppe W. Bos, Thorsten Kleinjung, and Christophe Wachter, *Ron was wrong, Whit is right*. IACR Cryptology ePrint. 2012. https://eprint.iacr.org/2012/064.pdf.

[2] Neal Koblitz and Alfred J. Menezes, *A Riddle wrapped in an enigma*. IACR Cryptology ePrint. 2015. https://eprint.iacr.org/2015/1018.pdf

[3] Nadia N Heninger, *RSA, DH, and DSA in the Wild*. Cryptology ePrint Archive. 2022. https://eprint.iacr.org/2022/048.pdf

Azonosságok használata egyenletek megoldására

Martin Nicholas

Kaposvár

professzor@mail.com

A dolgozat célja, hogy bemutasson egy új módszert a köbös, kvartikus és néhány kvintikus egyenlet megoldására. A dolgozat eredeti ötlete az volt, hogy valami homályos értelemben az

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)\left(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc\right)$$

összefüggésnek,amellyel a középiskolában találkozhatunk, elegendőnek kell lennie a köbös egyenlet megoldásához.

A diffúziós egyenlet szimmetrikus önhasonló megoldásai végtelen tartományra

Mátyás László[1] **és Barna Imre Ferenc**[2]

[1] Biomérnöki Tanszék, Sapientia EMTE, 530104 Csíkszereda, Szabadsǵ tér 1.
[2] HUN-REN Wigner Fizikai Kutatóközpont, Konkoly Thege Miklós út 29-33, 1121 Budapest

A diffúzió egy viszonylag általános jelenség, mely mind a hőtranszport, mind a részecsketranszport egyik lehetséges esete. Gyakorlati szempontból a hőtranszportot felhasználó egyik legkézenfekvőbb alkalmazás a hőcserélő.

A diffúziós egyenletet vizsgáljuk olyan esetben, amikor nincsenek véges tartományra vonatkozó megszorítások. A térbeli plusz és minusz végtelenhez tartó peremfeltételek nullát vagy konkrét véges értéket jelentenek. A hagyományos megoldás a Gauss féle megoldás.

Jelen munkában a Gauss eloszláson túlmutató egyébb megoldások is következnek egy önhasonló formalizmusból. Ezen megoldások egy része szimmetriukus a térváltozóra nézve, lévén páros vagy páratlan.

Szemléletesen is – középpontos hatszögszámok néhány tulajdonságáról

Molnár István

Gál Ferenc Egyetem, Gazdasági Kar, Békéscsaba
molnar.istvan@gfe.hu

Az oktatás, a tanulás folyamata során a vizualizációnak fontos szerepet kell kapnia, hiszen a természetes információszerzéshez ez áll a legközelebb. A szemléletes bizonyítások bemutatása, megértetése segíthet abban is, hogy egy problémát minél több felől, minél több úton próbáljunk meg megközelíteni. Természetesen a szemléltetés sem elegendő önmagában. A vizuális levezetések, és az algebrai bizonyítások együttes alkalmazása biztosíthatja az érzéki megismerés és az elvont gondolkodás szoros kapcsolatának kiépítését a tanulásban.

Az előadás során a középpontos hatszögszámok (olyan „alakzatokat” jellemeznek, ahol a középpontban egy pont van, és azt hatszög alakú „pontrétegek” vesznek körül) több tulajdonsága kerül bemutatásra matematikai levezetések segítségével és ezen tulajdonságok egy része pedig szemléletes bizonyítások alapján is. Ezen tulajdonságok közül néhány:

Ha az n-edik középpontos hatszögszámot H_n-nel, az n-edik négyzetszámot Q_n-nel és az n-edik háromszögszámot T_n-nel jelöljük, akkor

1. $H_n = 6 \cdot T_{n-1} + 1$
2. $H_n + 2 \cdot T_{n-1} = Q_{2n-1}$
3. $H_n = T_{2n-1} + Q_{n-1}$
4. $H_{n+k} = H_n + H_k + 6nk - 1$
5. $H_{3n-1} = 9 \cdot H_n - 2$
6. $H_1 + H_2 + H_3 + \cdots + H_n = n^3$

Egy geometriai versenyfeladat és általánosításai

Németh László

Soproni Egyetem, Faipari és Kreatívipari Kar, Alaptudományi Intézet

nemeth.laszlo@uni-sopron.hu

A geometriai feladatok megoldása gyakran igényel kreatív gondolkodást. Ha egy kicsit is változtatunk a feltételeken, esetleg általánosítunk, akkor elképzelhető, hogy csak nagyon hosszú és összetett gondolatsorral jutunk a megoldáshoz. Ha már megsejtettük a megoldást, már tudjuk, hogy mit kellene bizonyítani, akkor sokkal könnyebb helyzetben vagyunk. A GeoGebra szoftver a sejtések meghatározására jól alkalmazható.

Az előadásban a Nemzetközi Matematika Olimpia (International Mathematical Olympiad – IMO) egy geometria versenyfeladatát és annak általánosításait mutatjuk be.

1. feladat (IMO 1995 Problem 1). *Legyen A, B, C, D egy egyenes négy különböző pontja, amelyek ebben a sorrendben fekszenek az egyenesen. Az AC, ill. BD átmérő fölé rajzolt körök metszéspontjai legyenek X és Y. Az XY egyenes metszéspontja a BC egyenessel legyen Z. P legyen az XY egyenes egy Z-től különböző pontja. A CP egyenes metszéspontjai az AC átmérőjű körrel legyenek C és M, a BP egyenes metszéspontjai a BD átmérőjű körrel legyenek B és N. Bizonyítsuk be, hogy az AM, DN és XY egyenesek egy ponton mennek át. (http://db.komal.hu/KomalHU/cikk.phtml?id=199517)*

A feladatnak Hamzić és Šabanac [1] egy egyszerű analitikus megoldását adta. Később Hamzić, Németh, és Šabanac [2] általánosította a feladatot nem feltétlen metsző körökre és analitikusan bebizonyította, hogy a két kör hatványvonala lesz az az egyenes, amely invariáns. Metsző körök esetén, az 1. feladatban az invariáns egyenes az XY egyenes.

Csiba et al. [3] tovább általánosították az IMO feladatot körök helyett általános kúpszeletek (ellipszis, hiperbola, parabola, kör) esetére is. Meghatározták, hogy az 1. feladatban szereplő szerkesztést alkalmazva egy általános egyenes minden pontjára az egyenes képe kúpszelet. A szerzők a projektív geometria eszközeinek felhasználásával megadták az invariáns egyenesek eseteit is.

Hivatkozások

[1] D. K. Hamzić and Z. Šabanac, Two plane geometry problems approached through analytic geometry, *Math. Gaz.*, vol. 104, no. 560, pp. 1271–1286, 2020.

[2] D. K. Hamzić, L. Németh, and Z. Šabanac, Generalization of an IMO geometry problem, *Math. Gaz.*, in press, 2025.

[3] P. Csiba, D. K. Hamzić, L. Németh, and Z. Šabanac, A projective geometric interpretation of an International Mathematical Olympiad problem, *J. Geom.*, submitted.

Az elsőéves hallgatók kognitív képességeinek fejlődése a számítógépes gondolkodás tükrében

Osztián Pálma Rozália, Kátai Zoltán, Osztián Erika

Debreceni Egyetem Informatikai Kar, Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem Marosvásárhelyi Kar

osztian.palma@ms.sapientia.ro, katai_zoltan@ms.sapientia.ro, osztian@ms.sapientia.ro

A számítógépes gondolkodás (CT) nagyon fontos szerepet játszik a problémamegoldó képesség és logikus gondolkodás területén. Ez a képesség már egészen fiatal kortól kezdve elősegíti a strukturált gondolkodást, az algoritmusok könnyebb megértését és a rendszerszintű szemléletmód kialakulását.

Továbbá, jelentősen befolyásolhatja a kognitív képességek (CCAT, RPM) fejlődését is, mely szoros kapcsolatban van az absztrakciós készségekkel, mintafelismeréssel és logikus érveléssel. Ezek a képességek nem csupán az iskolai vagy egyetemi képzéseken való teljesítést segítik elő, hanem idővel a munkavállalásban is kiemelt szerepet játszanak.

Méréseink során három teszt segítségével (CT, RPM, CCAT) szerettünk volna választ kapni az elsőéves hallgatók számítógépes gondolkodásának és kognitív képességeinek közötti összefüggésre.

Kulcsszavak: *számítógépes gondolkodás, kognitív képesség, problémamegoldás, intelligencia, oktatás*

Numerikus módszerek vizsgálata véletlen együtthatójú keresleti modellek paraméterbecslésére

Pál László, Sándor Zsolt

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Csíkszeredai Kar

pallaszlo@uni.sapientia.ro, sandorzsolt@uni.sapientia.ro

A BLP (Berry, Levinsohn és Pakes, 1995) [1] modell széles körben használt fogyasztói preferenciák becslésére. Ez a modell egy nemlineáris, korlátos optimalizálási problémaként kezelhető, amelyben a célfüggvény kiszámításához egy nemlineáris egyenletrendszert kell megoldani minden paraméterértékre. Ebben a tanulmányban [4] a fixpont iterációs módszert vizsgáljuk derivált- és deriváltmentes nemlineáris optimalizálók mellett a modell paramétereinek becslésére. Továbbá a fixpont iteráció gyorsítására a Spectral és Squarem [5] algoritmusokat alkalmazzuk. Az eredményeket összehasonlítjuk olyan korábban javasolt módszerek eredményeivel, mint az MPEC (mathematical programming with equilibrium constraints) [2] vagy az ABLP (approximated BLP) [3].

Hivatkozások

[1] Berry, S., Levinsohn, J., & Pakes, A. (1995). Automobile Prices in Market Equilibrium. *Econometrica*, 63(4), 841–890.

[2] Dubé, J. P., Fox, J. T., & Su, C. L. (2012). Improving the Numerical Performance of BLP Static and Dynamic Discrete Choice Random Coefficients Demand Estimation. *Econometrica*, 80(5), 2231-2267.

[3] Lee, J., & Seo, K. (2015). A computationally fast estimator for random coefficients logit demand models using aggregate data. *RAND Journal of Economics*, 46(1), 86-102.

[4] Pál, L., & Sándor, Z. (2023). Comparing procedures for estimating random coefficient logit demand models with a special focus on obtaining global optima. *International Journal of Industrial Organization*, 88, 102950.

[5] Reynaerts, J., Varadhan, R., & Nash, J. C. (2012). Enhancing the Convergence Properties of the BLP (1995) Contraction Mapping. Discussion Paper, Vives.

Parabolikus barrier függvényre épülő belsőpontos algoritmus lineáris optimalizálásra

Rigó Petra Renáta, Eisenberg-Nagy Marianna, Illés Tibor, Yurii Nesterov

Budapesti Corvinus Egyetem

petra.rigo@uni-corvinus.hu

Egy új prediktor-korrektor belsőpontos algoritmust vezetünk be lineáris optimalizálási feladatok megoldására. A feladatot egy magasabb dimenziós térbe ágyazzuk be modellezési változók bevezetésével. A kiterjesztett térben egy új parabolikus barrier függvényt alkalmazunk, amely kulcsszerepet játszik az algoritmus megfogalmazásában és elemzésében is. Az új algoritmus érintő keresési irányra épül. Az algoritmus bonyolultságára vonatkozó elemzés főbb lépéseit is ismertetjük.

Intervallumos korrelált egyensúlyi feladatok

Salamon Júlia

Sapientia-Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Csíkszeredai Kar

salamonjulia@uni.sapientia.ro

Bevezetjük az erős korrelált egyensúly fogalmát a kétszemélyes játékokban, ahol a játékosok kifizetései intervallumokkal vannak megadva.

A korrelált egyensúly szöveges definíciója a következő: Minden játékos egy nyilvános jel megfigyelése alapján hozza meg a döntését. A nyilvános jel alapján minden játékosnak kell választania egy cselekvést. Ha egyetlen játékosnak sem érdeke eltérni a kiválasztott cselekvéstől, feltéve, hogy a többiek sem térnek el, akkor ezt a stratégiát leíró együttes valószínűségi eloszlást korrelált egyensúlynak nevezzük.

Igazolunk egy létezési tételt az erős korrelált egyensúlyi feladatokra. Az erős korrelált egyensúly az erős Nash egyensúlyok általánosítása. Példát adunk olyan intervallumos kétszemélyes játékokra, amelyeknek van erős korrelált egyensúlyuk, de nincsenek erős Nash egyensúlyi pontjaik.

Hivatkozások

[1] R.J. Aumann, Subjectivity and correlation in randomized strategies, *J. Math. Econ.* 1 (1974) 67-96.

[2] JW.Chinneck, K Ramadan, Linear programming with interval coefficients, *J. Oper. Res. Soc.* 51 (2000) 209-220.

[3] M. Hladík, Interval valued bimatrix games, *Kybernetika* 46 (2010) 435-446.

[4] Z. Makó, J. Salamon, Correlated equilibrium of games in fuzzy environment, *Fuzzy Sets Syst.* 398 (2020) 112-127.

Lineáris rekurziókkal generált polinomok

Szalay László

Soproni Egyetem, Alaptudományi Intézet, Sopron

szalay.laszlo@uni-sopron.hu

Világszerete népszerű téma a másodrendű lineáris rekurziók elméletének kutatása. Kevesebben foglalkoznak viszont magasabb rendű rekurziókkal, bár az utóbbi időben a harmadrendű sorozatok is egyre inkább előtérbe kerülnek. Az előadásban bemutatunk egy ismert azonosságot, majd több lépcsőn keresztül három egymásra épülő általánosítását. A lineáris rekurziókkal generált homogén polinomok szorosan kapcsolódnak bizonyos diofantikus egyenletek megoldásához.

Neurális hálózatok paraméterrobusztussága

Szász Attila

Szegedi Tudományegyetem, Informatikai Intézet

szasz@inf.u-szeged.hu

A neurális hálózatok kiemelkedő figyelmet kaptak az elmúlt években, mind a felhasználói, mind a kutatási oldalról. Napjainkban számos területen alkalmazzák őket, ilyen például a számítógépes látás és a beszédfelismerés. A kutatások döntő többsége az egyre pontosabb és megbízhatóbb hálózatok előállításának irányába mozdult el. A megbízható, más néven robusztus hálózatok tanításának érdekében számos tanítási technikát javasoltak a kutatók. A módszerek döntő többsége két csoportba sorolható. Az adverzális tanítás [1] alapú algoritmusok ellenséges példák felett optimalizálják a hálózatok paramétereit. A minősített [2] (*certified*) tanítás alapú módszerek pedig befoglalást számítanak a hálózat kimeneteire, majd a korlátok alapján feltételezhető legrosszabb esetet minimalizálják. A bemenet fókuszú támadások mellett, a hálózatok paraméter támadása is előtérbe került. Az ilyen típusú támadások a hálózatok paramétereit módosítják és ezáltal váltják ki az ellenséges viselkedést. Ezek alapján kidolgoztak olyan tanítási módszereket, melyek a hálózatok paraméterstabilitásának elérését is beépítik a tanítási folyamatba, melyek közül a szakirodalomban legelterjedtebb az *Adverzális Súly Perturbáció (AWP)* [3] módszere lett. Az algoritmus legfőbb hátránya, hogy a legrosszabb esetet erősen alulbecsüli, így nem nyújt kellő védelmet a paramétertámadások ellen. Kutatásunk során feltártuk az AWP algoritmus legjelentősebb gyenge pontját, és javasoltunk egy certified alapú tanítóalgoritmust, amely számos esetben növelte a hálózatok ellenállóképességét a paramétertámadásokkal szemben.

Hivatkozások

[1] Madry, A., Makelov, A., Schmidt, L., Tsipras, D. & Vladu, A. Towards Deep Learning Models Resistant to Adversarial Attacks. (2019)

[2] Gowal, S., Dvijotham, K., Stanforth, R., Bunel, R., Qin, C., Uesato, J., Arandjelovic, R., Mann, T. & Kohli, P. On the Effectiveness of Interval Bound Propagation for Training Verifiably Robust Models. (2019)

[3] Wu, D., Shu-Xia & Wang, Y. Adversarial Weight Perturbation Helps Robust Generalization. (2020)

A Sendov és Schmeisser sejtésekről

Szász Róbert és Horváth Sándor

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem
Marosvásárhelyi Kar

rszasz@ms.sapientia.ro
shorvath@ms.sapientia.ro

A Sendov sejtés azt állítja, hogy ha egy P polinomnak az összes gyöke az egységsugarú $|z| \leq 1$ zárt körlapon van, akkor bármely gyökre, mint középpontra szerkesztett egységsugarú zárt körlap lefedi a $P'(z) = 0$ egyenlet legatább egy gyökét.

Számos erősebb állítás született az évek során, a legtöbb hibásnak bizonyult, kivéve Gerhard Schmeisser professor úr állítását.

A Schmeisser sejtés azt mondja, hogy a gyökök zárt konvex burka minden pontja rendelkezik azzal a tulajdonsággal, hogy a pontra mint középpontra szerkesztett egységsugarú zárt körlap tartalmazza a $P'(z) = 0$ egyenlet legatább egy gyökét.
A cikkünkben erre a két állításra vonatkozóan bizonyítunk néhány tételt.

Hivatkozások

[1] Gerhard Schmeisser, Bemerkungen zu einer Vermutung von Ilieff, Math. Z. 111, (1969) p.121- 125

[2] Gerhard Schmeisser, On Ilieff's Conjecture, Math. Z. 156, (1977) p. 165 - 173

[3] Gerhard Schmeisser, Qazi Ibadur Rahman, Analytic Theory of Polynomials, London Mathematical Society Monographs, 2002

[4] T. Sheil-Small, Complex polynomials, Cambridge University Press 2002

Gabriel-Roiter-mérték és alkalmazásai

Szántó Csaba
BBTE Matematika Informatika Kar
csaba.szanto@ubbcluj.ro

A Gabriel-Roiter-mértéket (röviden GR-mértéket) P. Gabriel vezette be azzal a céllal, hogy egyfajta kombinatorikus interpretációt adjon arra az indukciós sémára, amelyet A.V.Roiter az algebrák reprezentációelméletének egyik fontos tétele, az első Brauer-Thrall sejtés bizonyítása során használt.

Egy hosszabb mellőzöttségi periódus után Ringel fedezi fel és alkalmazza újra ezen mértéket, méghozzá az Artin-algebrák reprezentációelméletének egyik alapeszközeként.

Az előadásban bemutatjuk a mérték értelmezését és különféle reprezentációelméleti alkalmazásait.

Ünnepi megemlékezés Bolyai János születésének századik évfordulóján a Kolozsvári Magyar Királyi Ferenc József Tudományegyetemen

Szenkovits Ferenc

Babeș-Bolyai Tudományegyetem, Matematika és Informatika Kar,
Magyar Matematika és Informatika Intézet

fszenko@math.ubbcluj.ro

Bolyai Farkas vélhetőleg göttingeni tanulmányai során ismerkedett meg a geometria megalapozásában oly kitüntetett párhuzamossági axiómával kapcsolatos kérdésekkel. Erdélybe való hazatérése után évekig próbálta bizonyítani az axiómát, de próbálkozásai természetesen nem vezettek sikerhez. Közben 1802-ben megszületik fia Bolyai János, akit igen nagy gonddal nevel, és aki apja mellett megismerkedik a geometriai alapok e kritikus kérdésével is. A kudarcos próbálkozások keserével telt apa óva inti fiát a párhuzamosok problémájától, de a tiltott gyümölcs mindig a legédesebb, és a zseni fiúnak 1823-ra megszületik eredeti gondolata, ami nem az axióma bizonyítását eredményezi, hanem annak elvetésére, illetve helyettesítésére alapuló geometriák lehetőségét tárta fel. A letisztult gondolatok nyomtatásban az apa segítségével jelennek meg, Farkas Tentamenjének mellékleteként, Appendix címen, 1832-ben. A latin nyelven közölt eredmények sajnos évtizedekkel megelőzték a kortársak befogadóképességét. Még a matematikusok koronázatlan fejedelme, a nagy Gauss is csak visszafogottan dicséri a munkát, és sajnos semmit se tesz annak érdekében, hogy ezek a korszakalkotó új eredmények bekerüljenek a köztudatba. Bolyai János munkássága teljesen ismeretlen marad, a meg nem értett zseni keserűségével hal meg erdélyi magányában. Évtizedeknek kell eltelni, mire a geometriai gondolkodás fejlődése eléri azt a szintet, hogy Bolyai János gondolatai is méltó helyükre kerüljenek, előbb külföldön, majd a külföldi kutatók érdeklődése révén Magyarországon a Tudományos Akadémián is felfigyeljenek a hazai tájakon született korszakalkotó eredményekre, kutatni kezdjék a két Bolyai hagyatékát. Az 1872-ben alapított kolozsvári egyetemen kezdetben nem volt olyan matematikus, aki értette volna a Bolyai-geometriát, annak jelentőségét. Később jelentek meg azok a képzett professzorok: Réthy Mór, Vályi Gyula, Schlesinger Lajos, akik kutatni kezdték a Bolyai-geometriát, ismertették, tanították annak elemit és akik számára világossá vált Bolyai János eredményeinek jelentősége. A nemzetközi elismerés hatására a kolozsvári egyetem is nagyszabású ünnepséget rendezett Bolyai János születésének századik évfordulójára. Előadásom célja ennek az ünnepségnek az ismertetése, ami példa is lehet arra, hogy miként tisztelheghet az utókor szellemi nagyjaink előtt.

Hivatkozások

[1] BOLYAI JÁNOS születésének századik évfordulója alkalmából a Kolozsvári M. Kir. Ferencz József Tudományegyetem által 1903 január 15-ikén rendezett EMLÉKÜNNEP. Acta Universitatis Litterarum Regiae Hungaricae Francisco-Josephinae Kolozsváriensis anni MCMII–III. fasciculus II, Kolozsvár, Ajtai K. Albert Magyar Polgár Könyvnyomdája, 1903.

Tanuljunk meg hazudni!

Tuzson Zoltán

Benedek Elek Pedagógiai Líceum, Székelyudvarhely

tuzo60@gmail.com

A cím láttán lehet, hogy sokan rávágnák, hogy miért is kellene megtanulni hazudni, hiszen megy az magától is! Ugyanis ha valaki azt állítja, hogy „ma szép idő van” ha le akarom hazudni, máris azt mondom, hogy „ma nincs szép idő”. Vajon tényleg ilyen egyszerű lenne hazudni, hogy egyszerűen csak a „nem” szócskával letagadjuk az állítást?

Nézzük csak a következő állítást:

s: „ha előjött a szivárvány, akkor kék a fű és zöld az ég”

Na vajon hogyan is hazudnánk le (tagadnánk) ezt az állítást? Bizonyára nem sokan tudnának „helyesen hazudni” ebben az esetben, ugyanis az állítás tagadása nem is olyan egyszerű. És mitől bonyolult? Hát attól, hogy a kijelentésben jelen vannak az úgynevezett „logikai műveletek”

Az előadás a logikai kijelentések tagadását tárgyalja.

A bemutatottak alapján a Tisztelt hallgató bizonyára rájöhet arra, hogy a használt logikai műveletektől függően, mennyire bonyolult is lehet egy-egy összetett állítás tagadása. Éppen ezért a tagadás elvégzése alapos körültekintést, és figyelmet igényel, persze a szabályok betartása mellett.

Szolgáltatásminőség javítása hibatűrő útválasztás és gépi tanulás segítségével

Vass Balázs

Babeș-Bolyai Tudományegyetem, Matematika és Informatika Kar,
Magyar Matematika és Informatika Intézet
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Villamosmérnöki és Informatikai Kar,
Távközlési és Mesterséges Intelligencia Tanszék

balazs.vass@ubbcluj.ro

Napjainkra az internet kulcsfontosságú infrastruktúrává vált, mivel az olyan kritikus szolgáltatások, mint például a távsebészet és az autonóm vezetés, egyre inkább a távközlésre támaszkodnak. E kihívások kezelése érdekében megbízható és alacsony késleltetésű kommunikációs csatornák kiépítésére van szükség. A megbízható internet megteremtése megköveteli az eszközhibák és a nagy kiterjedésű regionális katasztrófák elleni védelmet. Az általam elnyert, 2024 szeptemberétől két évig futó, az MSCA által finanszírozott QoSeRM projekt célja az internet megbízhatóságának növelése azáltal, hogy javítja a végpon- tok közötti elérhetőséget, amely egy kritikus szolgáltatásminőségi mutató (Quality of Service, QoS). A projekt idősor-előrejelzési technikákat és jól skálázódó hibatűrő útvonal-választási algoritmusokat kombinál annak érdekében, hogy hatékonyan használja ki a gerinchálózatban egyébként kihasználatlanul maradó sávszélességeket. A projekt egy célja, hogy a merőben eltérő filozófiájú mesterséges intelligencia és kombinatorikus optimalizálás integrálásával ötvözze e két terület erősségeit.

Quality of Service enhancement with Resilient routing and Machine learning

Balázs Vass

Faculty of Mathematics and Computer Science, Babeș-Bolyai University, Cluj Napoca, Romania
Department of Telecommunications and Artificial Intelligence (TMIT), Faculty of Electrical Engineering and Informatics (VIK), Budapest University of Technology and Economics (BME), Budapest, Hungary

balazs.vass@ubbcluj.ro

The internet is critical as mission-critical services like telesurgery and autonomous driving increasingly rely on telecommunications. Addressing these challenges requires the establishment of ultra-reliable and low-latency communication channels. Creating a dependable internet necessitates protection against equipment failures and large-scale regional disasters. The MSCA-funded QoSeRM project aims to enhance end-to-end availability, a crucial Quality of Service metric, to improve the reliability of the internet. It combines advanced time series prediction techniques with resilient routing algorithms to effectively utilise spare link capacities and redundant data. The project aims to leverage the strengths of both fields, despite their differing philosophies, by integrating artificial intelligence and combinatorial optimisation.

Hivatkozások

[1] QoSeRM project fact sheet: https://cordis.europa.eu/project/id/101155116/en

[2] E. Bérczi-Kovács, P. Gyimesi, B. Vass and J. Tapolcai, ”Efficient Algorithm for Region-Disjoint Survivable Routing in Backbone Networks,” IEEE INFOCOM 2024 - IEEE Conference on Computer Communications, Vancouver, BC, Canada, 2024, pp. 951-960

[3] F. Mogyorósi, A. Pašić, R. Cziva, P. Revisnyei, Z. Kenesi, and J. Tapolcai, “Adaptive protection of scientific backbone networks using machine learning,” IEEE Transactions on Network and Service Management, pp. 1–12, 2021.

A statisztika oktatása az általános és középiskolákban
A középértékek szélsőérték tulajdonságáról

Zakariás Adrienn, Oláh-Gál Róbert

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Csíkszeredai Kar

zakariasadrienn@uni.sapientia.ro, olahgalrobert@uni.sapientia.ro

A közgazdaságtanban gyakran előfordul a szélsőérték-keresés, mint optimalizálási feladat. Például határozzuk meg egy keresleti vagy bevételi függvény alapján, hogy melyik az optimális ár az eladáshoz. Ugyanakkor a gazdasági feladatokban szintén sűrűn megjelennek a középértékek (például számtani átlag, medián), mint helyzetmutatók. Ezek összefoglaló jellemzést adnak az adatok eloszlásáról és segítséget nyújtanak a döntéshozatalban. Elsőre talán nem gondolnánk, de a két említett feladattípus szoros kapcsolatban van, összefügg egymással. A középértékek meghatározása szélsőérték-, pontosabban minimumkeresési feladatot jelent.

A négy, közgazdaságtani területen is sokszor alkalmazott és ismert, középérték a számtani, mértani, harmonikus átlag, illetve a medián. Míg a számtani átlag és medián úgy mikroökonómiai, mint makroökonómiai adatsorok összehasonlításakor előkerül (pl. fizetések, vállalati profitok stb.), addig a mértani átlagot bonyolultabb számításokkor, például befektetések, portfóliók hosszú távú hozamának kiszámításakor, valamint összetett árindexek meghatározásakor (Fischer-féle árindex), a harmonikus közepet pedig például árfolyam-nyereség arány (P/E ratio) meghatározásához használják.

Egy adatsor esetén a számtani átlag az attól való eltérések négyzetét minimalizálja, a medián viszont az abszolút eltérésekkel teszi ezt, ezért robusztusabb, kevésbé érzékeny a kiugró értékekre. A mértani átlag a logaritmusos eltérések négyzetét, a harmonikus pedig az adatok inverzével beszorzott négyzetes eltéréseket minimalizálja.

Legyenek a_i az adatsor egyes elemei, f_i az egyes elemek gyakoriságai. Keressük azon x valós számokat, melyek az alábbi függvényeket minimalizálják. Ezen x értékek rendre a számtani közepet, medián értéket, mértani és harmonikus közepet adják meg.

2. tétel. $Sz_a = \dfrac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n} = \min\limits_{x\in\mathbb{R}} \sum\limits_{i=1}^{n} f_i(x - a_i)^2$

3. tétel. Me *(középső érték a növekvő sorrendben)* = $\min_{x\in\mathbb{R}} \sum\limits_{i=1}^{n} f_i|x - a_i|$

4. tétel. $M_a = \sqrt[n]{a_1 a_2 \cdots a_n} = \min\limits_{x\in\mathbb{R}} \sum\limits_{i=1}^{n} (\ln x - \ln a_i)^2$

5. tétel. $H_a = \dfrac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + ... + \frac{1}{a_n}} = \min\limits_{x\in\mathbb{R}} \sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{1}{a_i}(x - a_i)^2$

Ezen tételeknek a belátása szép bizonyítási folyamat, mely segíti megérteni a szélsőérték-keresés lényegét, ahogy azt a matematikus és pedagógus Pólya György megfogalmazta: „a maximum- és minimumfeladatok eszményítik a természet és saját magunk hajlamát arra, hogy minimális erőfeszítéssel optimális eredményt érjünk el.”