

## A TANTÁRGY ADATLAPJA

### 1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	<b>Babes-Bolyai Tudományegyetem</b>
1.2 Kar	<b>Matematika és Informatika</b>
1.3 Intézet	<b>Magyar Matematika és Informatika Intézet</b>
1.4 Szakterület	<b>Matematika</b>
1.5 Képzési szint	<b>alap</b>
1.6 Szak / Képesítés	<b>Matematika</b>

### 2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve		<b>Valószínűség-számítás</b>					
2.2 Az előadásért felelős tanár neve		dr. SOÓS Anna, egyetemi docens					
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve		dr. VAS Orsolya, egyetemi tanársegéd					
2.4 Tanulmányi év	<b>2</b>	2.5 Félév	<b>4</b>	2.6 Értékelés módja	zárthelyi, szemináriumi tevékenység, írásbeli és szóbeli vizsga	2.7 Tantárgy típusa	<b>kötelező – alaptárgy</b>
2.8 Tantárgy kódja		<b>MLM0029</b>					

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszama)

3.1 Heti óraszám	<b>4</b>	melyből: 3.2 előadás	<b>2</b>	3.3 szeminárium/labor	<b>2</b>
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	<b>56</b>	melyből: 3.5 előadás	<b>28</b>	3.6 szeminárium/labor	<b>28</b>
A tanulmányi idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					<b>25</b>
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					<b>8</b>
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása					<b>25</b>
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					<b>5</b>
Vizsgák					<b>6</b>
Más tevékenységek: .....					
3.7 Egyéni munka össz-óraszama					<b>69</b>
3.8 A félév össz-óraszama					<b>125</b>
3.9 Kreditszám					<b>5</b>

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nincsen</li> </ul>
4.2 Kompetenciabeli	Alapkompetenciák az alábbi tárgyakból: <ul style="list-style-type: none"> <li>• matematikai analízis;</li> <li>• MatLab.</li> </ul>

## 5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Táblával és videoprojektorral felszerelt előadó terem.</li> </ul>
5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Fehér táblával és videoprojektorral felszerelt számítógépes terem, a gépeken a MatLab matematikai szoftvercsomag statisztikai eszköztárával.</li> </ul>

## 6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

<b>Szakmai kompetenciák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>C1.4. Főbb matematikai problémátípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása.</li> <li>C2.1 Folyamatok és jelenségek leírására használt alapfogalmak azonosítása</li> <li>C2.3 A megfelelő elméleti módszerek alkalmazása a problémák elemzésénél</li> <li>C3.2 Adatok értelmezése és az algoritmikusan megoldható feladatok megoldása során a megoldás különböző lépéseinek magyarázata</li> <li>C 4.2 Matematikai modellek magyarázata és értelmezése</li> <li>C 4.3 Matematikai modellek szerkesztése sajátos technikák és eszközök alapján</li> <li>C5.2 Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására</li> </ul>
<b>Transzverzális kompetenciák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>CT1 A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával</li> <li>CT3 Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerezésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra</li> </ul>

## 7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	<ul style="list-style-type: none"> <li>A valószínűség-számítás alapismereteinek elsajátítása annak gyakorlati hasznának kiemelésével.</li> </ul>
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	<ul style="list-style-type: none"> <li>A szakmai kompetenciáknál felsorolt képességek ismertetése és elsajátíttatása.</li> </ul>

## 8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Eseményalgebra és eseménymező fogalma	Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
2. Valószínűség klasszikus és axiomatikus értelmezése.	Zömében táblára,	[1]–[11]

Valószínűségi modellek. Események függetlensége. Feltételes valószínűség	időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	
3. Diszkrét valószínűségi változók értelmezése és tulajdonságaik	Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
4. Diszkrét valószínűségi változók eloszlás- és relatív gyakoriság függvényének értelmezése és tulajdonságaik. Példák	Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
5. Folytonos valószínűségi változók értelmezése és tulajdonságaik. Folytonos valószínűségi változók eloszlás- és sűrűségfüggvénye. Példák	Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
6. Diszkrét és folytonos valószínűségi vektorok értelmezése és tulajdonságaik. Együttes eloszlás- és sűrűségfüggvény értelmezése és alkalmazása. Példák	Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások	[1]–[11]

	esetén Zoom használata	
7. Műveletek nem feltétlenül független diszkrét és folytonos valószínűségi változókkal (összegzés, szorzás, hányados képzés)	Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
8. Valószínűségi változók numerikus jellemzői (első- és magasabb rendű (centrált, abszolút) momentumok, kovariancia, korrelációs együttható)	Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
9. Feltételes eloszlásfüggvények és numerikus jellemzők. Tulajdonságok. Példák	Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
10. Diszkrét és folytonos valószínűségi változók/vektorok karakterisztikus függvényének értelmezése és tulajdonságaik. Példák	Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
11. Valószínűségi változók sorozata. Konvergencia típusok és ezek közti kapcsolatok. Példák	Zömében táblára, időnként videoprojektorra,	[1]–[11]

	épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	
12. Pozitív szemidefinit függvények. Bochner–Khinchin tétel. Pozitív valószínűségi változók generátorfüggvénye és alkalmazása. Példák	Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
13. Nagyszámok gyenge és erős törvényei (Markov, Csebisev, Poisson, Bernoulli törvények, illetve Kolmogorov tételének ismertetése). Alkalmazások	Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
14. Lindeberg-féle feltétel és a centrális határeloszlás tétele. A Moivre–Laplace tétel lokális és globális alakja. Alkalmazás	Zömében táblára, időnként videoprojektorra, épülő előadás. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]

#### **Könyvészet**

- 1) Agratini, O.: *Capitole speciale de matematici, Lito.*, Universitatea Babeş–Bolyai, Cluj-Napoca, 1996.
- 2) Blaga, P., Rădulescu, M.: *Calcul probabilităţilor, Lito.*, Universitatea Babeş–Bolyai, Cluj-Napoca, 1987.
- 3) Blaga, P.: *Calculul probabilităţilor și statistică matematică. Vol.II. Curs și culegere de probleme.* Cluj-Napoca: Universitatea "Babeş-Bolyai" Cluj-Napoca, 1994.
- 4) Cseke Vilmos: *A valószínűségszámítás és gyakorlati alkalmazásai*, Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár-Napoca, 1982.
- 5) Feller, W.: *An Introduction to Probability Theory and its Applications*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1950.
- 6) Lisei Hannelore: *Probability Theory.* Cluj-Napoca, Casa Cărții de Știință, 2004.
- 7) Lisei H., Micula, S., Soós, A.: *Probability Theory through Problems and Applications*, Cluj University

Press, 2006.

8) Mihoc, Ion: *Calculul probabilităților și statistică matematică*. P. I–II: Cluj-Napoca, Universitatea Babeș–Bolyai, 1994.

9) Rényi, A.: *Valószínűség-számítás*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1973.

10) Róth Ágoston: *Valószínűség-számítás és statisztika laborfeladatok*. Kolozsvári Egyetemi Könyvkiadó, 2011.

11) Soós Anna: *A valószínűség-számítás elemei, I. kötet*. Kolozsvári Egyetemi Könyvkiadó, 2001.

8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Valószínűségi feladatok megoldása véges és végtelen eseménymezőben (1)	(Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
2. Valószínűségi feladatok megoldása véges és végtelen eseménymezőben (2)	(Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
3. Geometriailag megoldható valószínűségi feladatok megoldása végtelen eseménymezőben	(Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
4. Diszkrét valószínűségi változókkal kapcsolatos feladatok és műveletek	(Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
5. Folytonos valószínűségi változókkal kapcsolatos feladatok és műveletek	(Fehér) tábla, időnként szimulációs programok	[1]–[11]

	bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	
6. Diszkrét és folytonos valószínűségi változók numerikus jellemzőinek meghatározása	(Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
7. Zárthelyi	(Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
8. Valószínűségi vektorokkal kapcsolatos feladatok megoldása	(Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
9. Valószínűségi változók numerikus jellemzőivel kapcsolatos egyenlőtlenségek alkalmazása	(Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
10. Pozitív diszkrét valószínűségi változók generátorfüggvényével, valamint diszkrét és folytonos valószínűségi változók/vektorok karakterisztikus függvényével kapcsolatos feladatok megoldása	(Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása.	[1]–[11]

	Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	
11. Aszimptotikus viselkedések tanulmányozása	(Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
12. Valószínűségi változók sorozatával kapcsolatos feladatok	(Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
13. Sztochasztikus konvergenciával kapcsolatos feladatok	(Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
14. Centrális határeloszlás tételének gyakorlati alkalmazása	(Fehér) tábla, időnként szimulációs programok bemutatása. Problémafelvetés, megbeszélés. Járványügyi megszorítások esetén Zoom használata	[1]–[11]
<b>Könyvészet:</b> ugyanaz, mint az előadások esetén.		



## 9. A tantárgy tartalmának összhangba hozása az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásaival.

- A tantárgy tartalma megegyezik az egyetemi oktatásban a fontosabb egyetemeken oktatott valószínűség-számítás és alkalmazásai tárgyak hagyományos tartalmával és elvárásaival. Mi több, a tantárgy anyaga elméleti háttérrel biztosít mesterséges intelligenciára, kockázatelemzésre, banki alkalmazásokra, Markov-láncokra, és egyéb sztochasztikus folyamatokra épülő problémák tanulmányozására.

## 10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Valószínűség-számításbeli alapfogalmak ismerete és alaptételek megfelelő használata.	Zárthelyi, továbbá félévvégi írásbeli és szóbeli feladatokból és elméleti tételekből.	~70 % (~20% opcionális zárthelyi dolgozat)
10.5 Szeminárium / Labor	Feladatok helyessége.	Szemináriumi tevékenység, pluszfeladatok és szimulációs programok bemutatása.	~30 %

## 10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei

10-es minősítés minimálisan 50 pont összegyűjtése esetén jár, míg a tantárgy minimális követelményrendszere az alábbi feltételek teljesítéséből áll:

- a zárthelyi dolgozaton 10 pontot lehet elérni;
- a félév során a hallgatók opcionális pluszpontokat is gyűjthetnek, de a tantárgy teljesítéséhez – a végső írásbeli vizsga után – a hallgatóknak legalább 35 ponttal kell rendelkezniük (amely az opcionális pluszpontokból, az opcionális zárthelyi dolgozaton szerzett pontokból, valamint a végső írásbeli vizsgán elért pontokból tevődik össze), mindez minimálisan 7-es minősítést jelent;
- ha valaki a végső írásbeli vizsga után sem rendelkezik a minimális 35 ponttal, akkor kötelezően részt kell vennie a szóbeli vizsgán, ahol olyan  $x \geq 5$  minősítést kell szereznie, amely esetén az  $(\text{összegyűjtött pontok száma}/5 + x)/2 \geq 5$ .

### Kitöltés dátuma

2023. április 28.

### Előadás felelőse

dr. SOÓS Anna, egyetemi docens

### Szeminárium felelőse

dr. VAS Orsolya,  
egyetemi tanársegéd

### Az intézeti jóváhagyás dátuma

2023. április 28.

### Intézetigazgató,

dr. ANDRÁS Szilárd-Károly,  
egyetemi docens