

## A TANTÁRGY ADATLAPJA

### 1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika Intézet
1.4 Szakterület	Matematika
1.5 Képzési szint	Alap
1.6 Szak / Képesítés	Matematika

### 2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve	Komplex Analízis						
2.2 Az előadásért felelős tanár neve	Prof. Dr. Teodor Bulboacă						
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve	Prof. Dr. Teodor Bulboacă						
2.4 Tanulmányi év	3	2.5 Félév	1	2.6. Értékelés módja	vizsga	2.7 Tantárgy típusa	kötelező-alaptárgy

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszama)

3.1 Heti óraszám	4	melyből: 3.2 előadás	2	3.3 szeminárium/labor	2
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	56	melyből: 3.5 előadás	28	3.6 szeminárium/labor	28
A tanulmányi idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					38
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					7
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portofóliók, referátumok, esszék kidolgozása					36
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					7
Vizsgák					6
Más tevékenységek:					
3.7 Egyéni munka össz-óraszama					94
3.8 A félév össz-óraszama					150
3.9 Kreditszám					6

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	<ul style="list-style-type: none"> <li>Az egy- és többváltozós valós függvények differenciál- és integrálszámításának ismerete.</li> </ul>
4.2 Kompetenciabeli	<ul style="list-style-type: none"> <li>Az általános differenciál- és integrálszámítás ismerete.</li> </ul>

### 5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Részvétel a tanszék oktatási munkájának szervezésében és lebonyolításában.</li> </ul>
--------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Összesen 50 perc szükséges az előadás lebonyolításához.</li> <li>• Az előadó tanár jelenléte kötelező.</li> <li>• Az előadások a képzési folyamat szerves részét képezik, így az Egyetem a hallgatóktól elvárja, (de nem kötelezi) az azokon való részvételt.</li> <li>• Az előadáshoz szükséges oktatási segédanyagok biztosítása.</li> <li>• Optimális munkafeltételek megteremtése.</li> </ul>
<p>5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A szemináriumokon való jelenlét kötelező.</li> <li>• A vizsgán való részvétel feltétele az, hogy a diák a két felmérőből mind a ketten megjelenjen.</li> <li>• Az írásbeli dolgozatnál a diákok nem használhatnak semmiféle segédanyagot.</li> <li>• A felmérők eredményeinek közzététele a felmérő dolgozat megírásától számítva egy héten belül történik, a megfellebbezett felmérők újraértékelése személyesen a diákkal közösen történik.</li> <li>• Az írásbeli vizsga eredményét a dolgozatok kijavítása után ugyanazon a napon közöljük, a megfellebbezett dolgozat újraértékelése személyesen a diákkal közösen történik.</li> </ul>

## 6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

<p><b>Szakmai kompetenciák</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ismerje a komplex sík topológiájához kapcsolódó alapfogalmak</li> <li>• ismerje a holomorf függvények elméletének megértése, a komplex integrálok és a holomorf függvények hatványsorba való fejtésének</li> <li>• ismerje a komplex integrálok kiszámítását, és ezeket alkalmazza valós integrálok kiszámításánál és valós analízisben</li> <li>• ismerje a komplex analízis egyes sajátos módszereinek elsajátítása, a matematika más szakterületein való alkalmazási lehetőségekkel, illetve fizikában és technikában.</li> </ul>
<p><b>Transzverzális kompetenciák</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Azon diákok, akik mélyebb ismereteket szeretnének szerezni egy hasznos matematikai software alkalmazásában, opcionálisan választhatják a MAPLE program 14, vagy 15-ös változatait. Ez a program alkalmazható a konformis leképezések megjelenítésére, hatványsorokba való fejtésére, a reziduumok és a komplex integrálok kiszámítására.</li> </ul>

## 7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

<p>7.1 A tantárgy általános célkitűzése</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A tantárgy célja alapismeretek elsajátítása az egyváltozós komplex függvények elméletében, ugyanakkor ezen elméleti tudnivalók egyes alkalmazásainak bemutatása.</li> </ul>
<p>7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései</p>	<p>A tantárgy tanulása során elsajátítandó készségek:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• a komplex sík topológiájához kapcsolódó alapfogalmak ismerete</li> <li>• a holomorf függvények elméletének megértése, a komplex integrálok és a holomorf függvények hatványsorba való fejtésének ismerete</li> <li>• ismerje a komplex integrálok kiszámítását, és ezeket alkalmazza valós integrálok kiszámításánál és valós analízisben</li> <li>• a komplex analízis egyes sajátos módszereinek elsajátítása, a matematika más szakterületein való alkalmazási lehetőségekkel, illetve fizikában és technikában.</li> </ul>

## 8. A tantárgy tartalma

<p>8.1 Előadás</p>	<p>Didaktikai módszerek</p>	<p>Megjegyzések</p>
<p>Komplex számok. A komplex számtest, a komplex sík. A komplex sík metrikus-topológikus szerkezete. Komplex függvény, határérték, folytonosság. A kiterjesztett komplex számsík. A sztereografikus projekció.</p>	<p>Magyarázat, bizonyítás</p>	<p>Könyvészet: Teodor Bulboacă, Németh Sándor: Komplex Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2010, 1-14 oldal</p>

Holomorf függvények. Valós változójú komplex függvények deriválása. Komplex függvény R-differenciálja. Komplex függvény deriváltja: Cauchy-Riemann feltételek.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Németh Sándor: Komplex Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2010, 23-32 oldal
Holomorf függvények. A derivált geometriai interpretációja. Egész függvények.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Németh Sándor: Komplex Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2010, 33-44 oldal
A lineáris törttranszformáció. Többértékű függvények.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Németh Sándor: Komplex Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2010, 44-56 oldal
Komplex függvények integrálása. Az utak homotópikus elmélete.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Németh Sándor: Komplex Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2010, 65-73 oldal
A komplex integrál. Cauchy integráltétele.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Németh Sándor: Komplex Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2010, 81-94 oldal
Cauchy képletei a korongra. A Cauchy képletei néhány következménye.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Németh Sándor: Komplex Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2010, 94-108 oldal
Holomorf függvényekből alkotott sorozatok: Weierstrass tétele. Függvénysorok. Hatványsorok.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Németh Sándor: Komplex Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2010, 121-129 oldal
Holomorf függvények analitikussága. Holomorf függvények zérushelyei. A holomorf függvények identitási tétele.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Németh Sándor: Komplex Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2010, 129-135 oldal
Holomorf függvények modulusának maximuma tétele. Laurent-sorok.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Németh Sándor: Komplex Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2010, 135-145 oldal
Izolált szinguláris pontok. Meromorf függvények.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Németh Sándor: Komplex Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2010, 145-154 oldal

A reziduumok tétele.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Németh Sándor: Komplex Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2010, 163-167 oldal
A reziduumok tételének alkalmazása trigonometrikus és néhány improprius integrálok kiszámítására.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Németh Sándor: Komplex Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2010, 167-174 oldal
A reziduumok tételének alkalmazása néhány improprius integrálok kiszámítására.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Németh Sándor: Komplex Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2010, 174-182 oldal

Könyvészet		
1. Petre Hamburg, Petru Mocanu, Nicolae Negoescu: Analiză matematică (Funcții complexe), București, Editura Didactică și Pedagogică, 1982.		
2. Teodor Bulboacă, Németh Sándor: Komplex Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2010		
3. Petru Mocanu: Functii complexe, Cluj-Napoca, Lit. Univ. Cluj, 1972.		
4. Octav Mayer: Teoria funcțiilor de o variabilă complexă (vol. I, II), București, Editura Academiei Române, 1981-1990.		
5. J. B Conway: Functions of one complex variable II, Graduate Texts in Mathematics, 159, New York, Springer Verlag, 1996.		
6. Gheorghe Călugareanu: Elemente de teoria funcțiilor de o variabilă complexă, București, Editura Didactică și Pedagogică, 1963.		
7. Dumitru Gașpar, Nicolae Suci: Analiză complexă, Bucuresti, Editura Academiei Române, 1999		

8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
Komplex számok. Komplex függvény, határérték, folytonosság.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Júlia Salamon: Komplex Analízis II. Feladatok és megoldások, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2007, 1-29 oldal
Valós változójú komplex függvények deriválása. Komplex függvény deriváltja: Cauchy-Riemann feltételek.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Júlia Salamon: Komplex Analízis II. Feladatok és megoldások, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2007, 29-40 oldal

Egész függvények.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Júlia Salamon: Komplex Analízis II. Feladatok és megoldások, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2007, 40-56 oldal
A lineáris törttranszformáció. Többértékű függvények.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Júlia Salamon: Komplex Analízis II. Feladatok és megoldások, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2007, 57-79 oldal
Komplex függvények integrálása.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Júlia Salamon: Komplex Analízis II. Feladatok és megoldások, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2007, 79-95 oldal
A komplex integrál. Cauchy integráltétele.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Júlia Salamon: Komplex Analízis II. Feladatok és megoldások, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2007, 96-116 oldal
Cauchy képletei a korongra. Alkalmazások.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Júlia Salamon: Komplex Analízis II. Feladatok és megoldások, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2007, 116-132 oldal
Hatványsorok.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Júlia Salamon: Komplex Analízis II. Feladatok és megoldások, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2007, 133-157 oldal
Holomorf függvények zérushelyei. A holomorf függvények identitási tétele.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Júlia Salamon: Komplex Analízis II. Feladatok és megoldások, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2007, 180-190 oldal
Laurent-sorok.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Júlia Salamon: Komplex Analízis II. Feladatok és megoldások, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2007, 157-174 oldal

Izolált szinguláris pontok.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Júlia Salamon: Komplex Analízis II. Feladatok és megoldások, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2007, 174-180 oldal
A reziduumok tétele.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Júlia Salamon: Komplex Analízis II. Feladatok és megoldások, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2007, 191-228 oldal
A reziduumok tételének alkalmazása trigonometrikus és néhány improprius integrálok kiszámítására.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Júlia Salamon: Komplex Analízis II. Feladatok és megoldások, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2007, 228-246 oldal
A reziduumok tételének alkalmazása néhány improprius integrálok kiszámítására.	Magyarázat, bizonyítás	Könyvészet: Teodor Bulboacă, Júlia Salamon: Komplex Analízis II. Feladatok és megoldások, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2007, 246-262 oldal

#### Könyvészet

1. Teodor Bulboacă, Németh Sándor: Komplex Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2010
2. Teodor Bulboacă, Júlia Salamon: Komplex Analízis II. Feladatok és megoldások, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2007
3. Teodor Bulboacă, Santosh B. Joshi, Pranay Goswami: Complex Analysis. Theory and Applications, De Gruyter Textbook, Berlin, Boston, 2019. <https://doi.org/10.1515/9783110657869>
3. Steven Krantz: Handbook of complex variables, Boston, Basel, Berlin: Birkhauser Verlag, 1999.
4. L. Volkovysky, G. Lunts, I. Aramanovich: Problems in the theory of functions of a complex variables, Moskow: Mir Publishers, 1977.
5. M. Evgrafov, K. Bejanov, Y. Sidorov, M. Fedoruk, M. Chabounine: Recueil de problemes sur la théorie des fonctions analytiques, Moscou: Editions Mir, 1974.

**9. Az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával.**

- A hallgatóknak lehetőségük nyílik arra, hogy az előadások során szerzett ismereteket felhasználva, részt vegyenek tudományos rendezvényeken, és bekapcsolódjanak a szak tematikájához kapcsolódó kutatásokba.
- A szak tanszékei oktató- és kutatómunkájuk révén intenzív kapcsolatban állnak e szakterületen számos neves külföldi tanszékével, és a tanterv szoros összhangban van a nemzetközi sztenderdekkel.
- A tantárgy tartalma a szakmai egyesületek elvárásainak is megfelelnek.
- A szakmai egyesületek segítik a tehetséggondozó műhelyek munkáját is, lehetővé teszik a szakmai anyagok cseréjét, a tehetségek érvényesülésének segítségét, a tehetségek felkarolását, felkutatását és az ezzel foglalkozó szervezetek tevékenységének összehangolását.

## 10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Két dolgozatok: értelmezések, bizonyítások	Írásbeli dolgozat	25%
	Végleges vizsga: 60% feladat megoldási készség és 40% elméleti ismeretek	Írásbeli vizsga	25%
10.5 Szeminárium / Labor	Két dolgozatok: feladatok megoldásai, elmélet bizonyítása  - az első felmérő az 1, 2-dik és 3-dik fejezetbeli feladatokat és elméletet foglalja magában  - a második felmérő a 3-dik, 4-dik és 5-dik fejezetbeli feladatokat és elméletet foglalja magában	Írásbeli dolgozat	25%
	Végleges vizsga: 60% feladat megoldási készség és 40% elméleti ismeretek	Írásbeli vizsga	25%

## 10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei

- a komplex sík topológiájához kapcsolódó alap alapfogalmak ismerete
- a holomorf függvények alap elméletének megértése, a komplex integrálok és a holomorf függvények hatványsorba való fejtésének ismerete
- a komplex integrálok alap kiszámítását, és ezeket alkalmazza valós integrálok kiszámításánál és valós analízisben ismerete
- a komplex analízis egyes sajátos módszereinek alap elsajátítása, a matematika más szakterületein való alkalmazási lehetőségekkel, illetve fizikában és technikában ismerete.

Kitöltés dátuma: 2022, Április 30



Előadás felelőse: Dr. Teodor Bulboacă

Egyetemi tanár

Az intézeti jóváhagyás dátuma: 2022, Április 30

Szeminárium felelőse: Dr. Teodor Bulboacă

Egyetemi tanár

Intézetigazgató: Dr. András Szilárd