

## A TANTÁRGY ADATLAPJA

### 1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş-Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika Intézet
1.4 Szakterület	Matematika
1.5 Képzési szint	Alap
1.6 Szak / Képesítés	Informatikai Matematika

### 2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve (hu) (ro) (en)	<b>Valós Függvények</b> <b>Funcții Reale</b> <b>Real Runcions</b>						
Tantárgy kódja	<b>MLM003</b>						
2.2 Az előadásért felelős tanár neve	Dr. Szilágyi Géza Zsolt, egyetemi adjunktus						
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve	Dr. Szilágyi Géza Zsolt, egyetemi adjunktus						
2.4 Tanulmányi év	2	2.5 Félév	3	2.6. Értékelés módja	vizsga	2.7 Tantárgy típusa	kötelező – alaptárgy

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszama)

3.1 Heti óraszám	5	melyből: 3.2 előadás	3	3.3 szeminárium/labor	2
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	70	melyből: 3.5 előadás	42	3.6 szeminárium/labor	28
A tanulmányi idő elosztása:					óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					14
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					7
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portofóliók, referátumok, esszék kidolgozása					14
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					14
Vizsgák					6
Más tevékenységek:					-
3.7 Egyéni munka össz-óraszama					55
3.8 A félév össz-óraszama					125
3.9 Kreditszám					5

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	<ul style="list-style-type: none"> <li>Az többváltozós valós függvények differenciál- és egy változós valós függvények integrálszámításának ismerete.</li> </ul>
4.2 Kompetenciabeli	<ul style="list-style-type: none"> <li>Az többváltozós differenciál- és egy változós integrálszámítás ismerete.</li> </ul>

### 5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Megfelelő infrastruktúrával ellátott előadóterem</li> </ul>
--	--

5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Megfelelő infrastruktúrával ellátott szemináriumi terem</li> </ul>
---	---

## 6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

<b>Szakmai kompetenciák</b>	<p>C1.1 Fogalmak azonosítása, elméletek leírása és a szaknyelv használata</p> <p>C1.2 A matematikai fogalmak helyes magyarázata és értelmezése a szaknyelv felhasználásával</p> <p>C1.3 A módszerek és elvek helyes alkalmazása a matematikafeladatok megoldásában</p> <p>C1.4. Főbb matematikai problémátípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása.</p> <p>C2.3 A megfelelő elméleti módszerek alkalmazása a problémák elemzésénél</p> <p>C 5.1 A matematikai bizonyítások megfelelő fogalmainak, módszereinek és technikáinak azonosítása</p> <p>C 5.2 Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására</p> <p>C 5.3 Matematikai eredmények igazolására vonatkozó érvelések logikus felépítése és kifejtése, a feltételek és a következtetések világos azonosításával</p> <p>C 5.4 Különböző bizonyítási módszerek hatékony alkalmazása és komparatív elemzése</p> <p>C 5.5 Egyéni projektek és dolgozatok elkészítése különböző bizonyítási módszerek használatával.</p>
<b>Transzverzális kompetenciák</b>	<p><b>CT1</b> A szervezett és hatékony munka szabályainak, a didaktikai-tudományos területhez való felelősségteljes hozzáállás alkalmazása a saját potenciál kreatív értékesítéséhez, a szakmai etika alapelveinek és normáinak tiszteletben tartásával</p> <p><b>CT3</b> Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerzésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra</p>

## 7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A valós analízis célja felvértezni a másodévesek hallgatót azokkal az ismeretekkel, amelyek egy matematika diplomával rendelkező végzősnek az analízis huszadik századi vívmányairól tudnia kell, valamint előkészíteni az alapokat olyan tantárgyak számára, mint a valószínűség-számítás, a funkcionálanalízis, vagy a differenciál-egyenletek.</li> </ul>
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	<p>Fontosabb típusintegrálok bevezetése és tanulmányozása: elsőfajú vonalintegrál, másodfajú vonalintegrál, többváltozós valós függvények Riemann integrálja, elsőfajú felületi integrál, másodfajú felületi integrál.</p> <p>Bevezetés a mértékelméletben és a Lebesgue-féle integrál értelmezése és tulajdonságainak vizsgálata.</p>

## 8. A tantárgy tartalma

8.1 Előadás	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Utak, görbék az $R^{\{n\}}$ térben. Konex halmazok az $R^{\{n\}}$ térben. Konex halmazok jellemzése sima utak által. Elsőfajú vonalintegrál.	Magyarázat, bizonyítás	
2. Másodfajú vonalintegrál. Az úttól való függetlenség, a primitív függvény meghatározása.	Magyarázat, bizonyítás	
3. Jordan mérhető halmazok az $R^{\{n\}}$ térben. Többváltozós valós függvények Riemann-integrálja. Darboux-összegek, az integrálhatóság Darboux-féle kritériuma.	Magyarázat, bizonyítás	
4. Green-képlet. Változócsere tétele többváltozós valós függvények esetén.	Magyarázat, bizonyítás	
5. Felületek $R^3$ -ban. Irányított felületek. Peremes felületek Elsőfajú és másodfajú felületi integrálok.	Magyarázat, bizonyítás	
6. Stokes tétele és következményei.	Magyarázat, bizonyítás	
7. Paramétertől függő (improprius) integrálok.	Magyarázat, bizonyítás	
8. Motiváció: a Lebesgue mérték. Bevezető fogalmak: szigma algebrák, additív halmazfüggvény, mérték, mérték tulajdonságai.	Magyarázat, bizonyítás	
9. Külső mérték. Lebesgue féle külső mérték. Lebesgue-mérhető halmazok.	Magyarázat, bizonyítás	
10. Mérhető függvények. Műveletek mérhető függvényekkel. Lépcsős függvények.	Magyarázat, bizonyítás	
11. Nemnegatív mérhető függvény Lebesgue-integrálja. Határátmenet az integráljel alatt. A monoton konvergencia, Beppo Levi tétele, a Fatou-féle lemma.	Magyarázat, bizonyítás	
12. Mérhető függvény Lebesgue-integrálja és tulajdonságai. A Lebesgue-féle domináns konvergencia tétel.	Magyarázat, bizonyítás	
13. $L^p$ terek.	Magyarázat, bizonyítás	
14. A Riemann-és a Lebesgue-integrál kapcsolata. A Riemann-integrálhatóság szükséges és elégséges feltétele.	Magyarázat, bizonyítás	

### **Könyvészet:**

1. FINTA Z.: Matematikai analízis, Státus Kiadó, Csíkszereda, 2017.
2. BALÁZS M.: Matematikai analízis, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2000.
3. CHIRIȚĂ S.: Probleme de matematici superioare, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1989.
4. DEMIDOVICI B.P.: Culegere de probleme și exerciții de analiză matematică, Editura Tehnică, București, 1956.
5. NÉMETH S.: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004
6. V. ANASIU: Topologie și teoria măsurii, Universitatea "Babeș-Bolyai", Cluj-Napoca, 1995.
7. C. CRĂCIUN: Lecții de analiză matematică, Universitatea București, 1982.
8. C. CRĂCIUN: Exerciții și probleme de analiză matematică, Universitatea București, 1984.
9. T. TAO: Analysis II. Text and readings in mathematics 38, Hindustan book agency,. 2006.
10. A. N. Kolmogorov - Sz. V. Fomin: A függvényelmélet és a funkcionálanalízis elemei, TypoTex, 2010).
11. LACZKOVICH M.: 333 mértékelméleti feladat, TypoTex, 2018.

8.2 Szeminárium / Labor	Didaktikai módszerek	Megjegyzések
1. Ívhossz kiszámítása. Elsőfajú vonalintegrálok.	Magyarázat, bizonyítás	
2. Másodfajú vonalintegrál. Az úttól való függetlenség, a primitív függvény meghatározása.	Magyarázat, bizonyítás	
3. Jordan mérhető halmazok az $\mathbb{R}^n$ térben. Többváltozós valós függvények Riemann-integrálja. Darboux-összegek, az integrálhatóság Darboux-féle kritériuma.	Magyarázat, bizonyítás	
4. Green-képlet. Változócsere tétele többváltozós valós függvények esetén.	Magyarázat, bizonyítás	
5. Felületek $\mathbb{R}^3$ -ban. Irányított felületek. Peremes felületek Elsőfajú és másodfajú felületi integrálok.	Magyarázat, bizonyítás	
6. Stokes tétele és következményei.	Magyarázat, bizonyítás	
7. Paramétertől függő (improprius) integrálok.	Magyarázat, bizonyítás	
8. Motiváció: a Lebesgue mérték. Bevezető fogalmak: szigma algebrák, additív halmazfüggvény, mérték, mérték tulajdonságai.	Magyarázat, bizonyítás	
9. Külső mérték. Lebesgue féle külső mérték. Lebesgue-mérhető halmazok.	Magyarázat, bizonyítás	
10. Mérhető függvények. Műveletek mérhető függvényekkel. Lépcsős függvények.	Magyarázat, bizonyítás	
11. Nemnegatív mérhető függvény Lebesgue-integrálja. Határátmenet az integráljel alatt. A monoton konvergencia, Beppo Levi tétele, a Fatou-féle lemma.	Magyarázat, bizonyítás	
12. Mérhető függvény Lebesgue-integrálja és tulajdonságai. A Lebesgue-féle dominált konvergencia tétel.	Magyarázat, bizonyítás	
13. $L^p$ terek.	Magyarázat, bizonyítás	
14. A Riemann-és a Lebesgue-integrál kapcsolata. A Riemann-integrálhatóság szükséges és elégséges feltétele.	Magyarázat, bizonyítás	

### Könyvészet

1. FINTA Z.: Matematikai analízis, Státus Kiadó, Csíkszereda, 2017.
2. BALÁZS M.: Matematikai analízis, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2000.
3. CHIRIȚĂ S.: Probleme de matematici superioare, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1989.
4. DEMIDOVICI B.P.: Culegere de probleme și exerciții de analiză matematică, Editura Tehnică, București, 1956.
5. NÉMETH S.: Valós Analízis, Kolozsvár, Ábel Kiadó, 2004
6. V. ANASIU: Topologie și teoria măsurii, Universitatea "Babeș-Bolyai", Cluj-Napoca, 1995.
7. C. CRĂCIUN: Lecții de analiză matematică, Universitatea București, 1982.
8. C. CRĂCIUN: Exerciții și probleme de analiză matematică, Universitatea București, 1984.
9. T. TAO: Analysis II. Text and readings in mathematics 38, Hindustan book agency,. 2006.
10. A. N. KOLMOGOROV - Sz. V. FOMIN: A függvényelmélet és a funkcionálanalízis elemei, TypoTex, 2010 (Fordította: Szigeti Ferenc.)
11. LACZKOVICH M.: 333 mértékelméleti feladat, TypoTex, 2018.

**9. Az episztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásainak összhangba hozása a tantárgy tartalmával.**

- A tantárgy tartalma megegyezik az egyetemi oktatásban a fontosabb egyetemeken oktatott Analízis 3 és mértékelmélet hagyományos tartalmával.

**10. Értékelés**

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Alapfogalmak, tételek ismerete és bizonyítása.	Írásbeli vizsga, Parciális vizsga	50%
10.5 Szeminárium / Labor	Feladatmegoldások helyessége	Írásbeli dolgozat Parciális vizsga	50%

**10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei**

- Minimális 5-ös félév végi jegy elérése.
- Az alapvető fogalmak és tételek ismerete.
- Az előadáson és szemináriumon való aktív részvétel.

Kitöltés dátuma:

2024.02.18.

Előadás felelőse:

Dr. Szilágyi Géza Zsolt,  
egyetemi adjunktus

Szeminárium felelőse:

Dr. Szilágyi Géza Zsolt  
egyetemi adjunktus

Az intézeti jóváhagyás dátuma

2024.04.24.

Intézetigazgató

Dr. András Szilárd Károly,  
egyetemi docens