

## A TANTÁRGY ADATLAPJA

### 1. A képzési program adatai

1.1 Felsőoktatási intézmény	Babeş–Bolyai Tudományegyetem
1.2 Kar	Matematika és Informatika
1.3 Intézet	Magyar Matematika és Informatika
1.4 Szakterület	Matematika
1.5 Képzési szint	Alap
1.6 Szak / Képesítés	Informatikai Matematika

### 2. A tantárgy adatai

2.1 A tantárgy neve (hu) (ro) (en)	<b>Bizonyítási Technikák</b> <b>Tehnici de Demonstrare</b> <b>Proof Techniques</b>						
2.2 Az előadásért felelős tanár neve	Dr. Szilágyi Géza Zsolt, egyetemi adjunktus						
2.3 A szemináriumért felelős tanár neve	Dr. Szilágyi Géza Zsolt, egyetemi adjunktus						
2.4 Tanulmányi év	1	2.5 Félév	1	2.6. Értékelés módja	Évközi felmérés	2.7 Tantárgy típusa	Fakultatív
2.8. A tantárgy kódja:	<b>MLM0083</b>						

### 3. Teljes becsült idő (az oktatási tevékenység féléves óraszama)

3.1 Heti óraszám	2	melyből: 3.2 előadás	1	3.3 szeminárium/labor	1/0
3.4 Tantervben szereplő össz-óraszám	28	melyből: 3.5 előadás	14	3.6 szeminárium/labor	14
A tanulmányi idő elosztása:					Óra
A tankönyv, a jegyzet, a szakirodalom vagy saját jegyzetek tanulmányozása					14
Könyvtárban, elektronikus adatbázisokban vagy terepen való további tájékozódás					10
Szemináriumok / laborok, házi feladatok, portfóliók, referátumok, esszék kidolgozása					14
Egyéni készségfejlesztés (tutorálás)					14
Vizsgák					6
Más tevékenységek: házi feladatok javítása					14
3.7 Egyéni munka össz-óraszama	72				
3.8 A félév össz-óraszama	100				
3.9 Kreditszám	4				

### 4. Előfeltételek (ha vannak)

4.1 Tantervi	<ul style="list-style-type: none"> <li>Középiskolai tananyag</li> </ul>
4.2 Kompetenciabeli	<ul style="list-style-type: none"> <li>Alapvető számolások elvégzése</li> </ul>

### 5. Feltételek (ha vannak)

5.1 Az előadás lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Táblával, video projektorral felszerelt, átrendezhető tanterem, internet csatlakozás</li> </ul>
5.2 A szeminárium / labor lebonyolításának feltételei	<ul style="list-style-type: none"> <li>Táblával, video projektorral felszerelt, átrendezhető tanterem, internet csatlakozás</li> </ul>

## 6. Elsajátítandó jellemző kompetenciák

<b>Szakmai kompetenciák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>C1.3</b> A módszerek és elvek helyes alkalmazása a matematikafeladatok megoldásában</li> <li>• <b>C1.4</b> Főbb matematikai problématípusok felismerése és a megoldásukhoz szükséges módszerek, technikák kiválasztása.</li> <li>• <b>C 5.1</b> A matematikai bizonyítások megfelelő fogalmainak, módszereinek és technikáinak azonosítása</li> <li>• <b>C 5.2</b> Matematikai gondolatmenetek alkalmazása matematikai eredmények bizonyítására</li> <li>• <b>C 5.3</b> Matematikai eredmények igazolására vonatkozó érvelések logikus felépítése és kifejtése, a feltételek és a következtetések világos azonosításával</li> </ul>
<b>Transzverzális kompetenciák</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>CT1</b> A fegyelmezett és hatékony munka szabályainak alkalmazása, a tudományos és didaktikai terület iránti felelősségteljes magatartás kialakítása, a saját potenciál optimális és kreatív kiaknázása érdekében különböző problémaszituációkban, a szakmai etika szabályainak betartása mellett.</li> <li>• <b>CT3</b> Hatékony módszerek és technikák használata tanulásra, információszerezésre, kutatásra és a tudásszerzési kapacitások fejlesztésére, egy dinamikus társadalom igényeinek való megfelelésre, román és egy nemzetközi nyelven történő kommunikációra</li> </ul>

## 7. A tantárgy célkitűzései (az elsajátítandó jellemző kompetenciák alapján)

7.1 A tantárgy általános célkitűzése	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A bizonyítások szükségességének megértése.</li> <li>• Különböző bizonyítási technikák megismerése.</li> <li>• Bizonyítások gondolatmeneteinek felépítése és leírása.</li> </ul>
7.2 A tantárgy sajátos célkitűzései	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Feladatmegoldási stratégiák vizsgálata.</li> </ul>

## 8. A tantárgy tartalma:

8.1-8.2 Előadás és szeminárium	Tanítási módszerek	Megjegyzések
1. Egyenletek megoldásainak létezése. Paraméteres egyenletek megoldása.	Előadás, megbeszélés, feladat megoldás, házi feladat bemutatás.	
2. Egyenlőtlenségek igazolása. Paraméteres egyenlőtlenségek megoldása.	Előadás, megbeszélés, feladat megoldás, házi feladat bemutatás.	E§7
3. Kijelentések. Logikai műveletek. Tagadás és ellenpéldák.	Előadás, megbeszélés, feladat megoldás, házi feladat bemutatás.	TG§2, S§8.
4. Univerzális és egzisztenciális kijelentések.	Előadás, megbeszélés, feladat megoldás, házi feladat bemutatás.	V§2
5. Direkt bizonyítások.	Előadás, megbeszélés, feladat megoldás, házi feladat bemutatás.	TG§4.4, V§3
6. Matematikai indukció.	Előadás, megbeszélés, feladat megoldás, házi feladat bemutatás.	TG§8, V§6, S§12, E§8

7. Esetek tárgyalása	Előadás, megbeszélés, feladat megoldás, házi feladat bemutatás.	V§3.5
8. Konstruktív bizonyítások.	Előadás, megbeszélés, feladat megoldás, házi feladat bemutatás.	S§4
9. Indirekt bizonyítások. Reductio ad absurdum.	Előadás, megbeszélés, feladat megoldás, házi feladat bemutatás.	TG§6.5, S§9, S§10
10. Végtelen leszállás.	Előadás, megbeszélés, feladat megoldás, házi feladat bemutatás.	
11. Skatulyaelv. Minimalitás / maximalitás elve.	Előadás, megbeszélés, feladat megoldás, házi feladat bemutatás.	S§14, E§3, E§4.
12. Invariancia elve.	Előadás, megbeszélés, feladat megoldás, házi feladat bemutatás.	E§1
12. Bijektív függvények és számlálás.	Előadás, megbeszélés, feladat megoldás, házi feladat bemutatás.	
13. Példák az algebra, analízis és geometria területéről.	Előadás, megbeszélés, feladat megoldás, házi feladat bemutatás.	

### Szakirodalom

- [V] Daniel Velleman: *How to prove it*, Cambridge, 2006.
- [TG] John Taylor, Rowan Garnier: *Understanding mathematical proof*, CRC press, 2014.
- [S] Daniel Solow: *How to read and do proofs*, Wiley, 2014.
- [R] Charles ERoberts: *Introduction to mathematical proofs*, CRC Press, 2015.
- [E] Arthur Engel: *Problem solving strategies*, Springer, 1999.
- [AZ] Aigner M, Ziegler G.M.: *Proofs from the book*, Springer, 2010.
- [AM] Marian Mureşan, András Szilárd: *Matematikai analízis*, Editura Didactică și Pedagogică, 2003.
- [M] Marian Mureşan: *Mathematics for Competitions*, Cyprus Mathematical Society, 2006.
- [SS] De Souza P. N., Silva J.-N.: *Berkeley Problems in Mathematics*. Springer, 2004.
- [ACsK] András Szilárd, Kajántó Sándor, Cseh Tünde: *Matematika szakköri feladatok*, Státus Kiadó, 2018.

### 9. A tárgy tartalmának összhangba hozása az epiztemikus közösségek képviselői, a szakmai egyesületek és a szakterület reprezentatív munkáltatói elvárásaival.

- Az itt szerzett ismeretek egyrészt nélkülözhetetlenek a többi tantárgy elsajátításához, másrészt megalapozhatják a későbbi tanári vagy kutatói munkájukat.

## 10. Értékelés

Tevékenység típusa	10.1 Értékelési kritériumok	10.2 Értékelési módszerek	10.3 Aránya a végső jegyben
10.4 Előadás	Alapfogalmak, módszerek, stratégiák pontos ismerete Bizonyítások ismerete	Félévközi felmérő és félévvégi vizsga során	40%
10.5 Szeminárium / Labor	Versenyfeladatok megoldásához szükséges módszerek ismerete	Félévközi felmérő és félévvégi vizsga során.	40%
		Házi feladatok megoldása. Szemináriumi tevékenység.	20%
10.6 A teljesítmény minimumkövetelményei			
<ul style="list-style-type: none"><li>• Az alapvető módszerek bemutatása, alkalmazása feladatok megoldásában</li><li>• Konkrét feladatok esetén a megoldási módszer kiválasztása.</li><li>• Minimális átmenő jegy: 5.</li><li>• A szemináriumok, illetve előadások 70%-án való részvétellel (minimum 10 szemináriumon, illetve előadáson való jelenlét).</li></ul>			

Kitöltés dátuma  
2024.02.18.

Előadás felelőse  
Dr. Szilágyi Géza Zsolt  
egyetemi adjunktus

Szeminárium felelőse  
Dr. Szilágyi Géza Zsolt  
egyetemi adjunktus

Az intézeti jóváhagyás dátuma  
2024.04.24.

Intézetigazgató  
Dr. András Szilárd Károly  
egyetemi docens