

## SYLLABUS

### 1. Information regarding the programme

|                                     |   |  |
|-------------------------------------|---|--|
| 1.1 Higher education institution    | Universitatea Babeş-Bolyai Cluj-Napoca  |  |
| 1.2 Faculty                         | Matematică și Informatică   |  |
| 1.3 Department                      | Matematică  |  |
| 1.4 Field of study                  | Matematică  |  |
| 1.5 Study cycle                     | Master  |  |
| 1.6 Study programme / Qualification | Metode moderne în predarea matematicii / Modern Methods in Mathematics Teaching |  |

### 2. Information regarding the discipline

|                            |   |              |   |                         |   |                        |
|----------------------------|---|--------------|---|-------------------------|---|------------------------|
| 2.1 Name of the discipline | Topics in Algebra III (for teachers in Mathematics) |              |   |                         |   |                        |
| 2.2 Course coordinator     | Prof. Simion Breaz                                  |              |   |                         |   |                        |
| 2.3 Seminar coordinator    | Prof. Simion Breaz                                  |              |   |                         |   |                        |
| 2.4. Year of study         | 2   | 2.5 Semester | 4 | 2.6. Type of evaluation | E | 2.7 Type of discipline |

### 3. Total estimated time (hours/semester of didactic activities)

|   |     |                      |    |                        |       |
|---|-----|----------------------|----|------------------------|-------|
| 3.1 Hours per week  | 3   | Of which: 3.2 course | 2  | 3.3 seminar/laboratory | 1     |
| 3.4 Total hours in the curriculum   | 36  | Of which: 3.5 course | 24 | 3.6 seminar/laboratory | 12    |
| Time allotment:   |     |                      |    |                        | hours |
| Learning using manual, course support, bibliography, course notes                     |     |                      |    |                        | 42    |
| Additional documentation (in libraries, on electronic platforms, field documentation) |     |                      |    |                        | 50    |
| Preparation for seminars/labs, homework, papers, portfolios and essays                |     |                      |    |                        | 50    |
| Tutorship   |     |                      |    |                        | 25    |
| Evaluations   |     |                      |    |                        | 22    |
| Other activities: .....   |     |                      |    |                        |       |
| 3.7 Total individual study hours  | 189 |                      |    |                        |       |
| 3.8 Total hours per semester  | 225 |                      |    |                        |       |
| 3.9 Number of ECTS credits  | 9   |                      |    |                        |       |

### 4. Prerequisites (if necessary)

|                   |  |
|-------------------|--|
| 4.1. curriculum   |  |
| 4.2. competencies |  |

### 5. Conditions (if necessary)

|                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| 5.1. for the course                  |  |
| 5.2. for the seminar /lab activities |  |

## 6. Specific competencies acquired

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| <b>Professional competencies</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Using notions and results connected to generalizations for the ring ring <math>Z</math>;</li> <li>• Solving exercises and problems;</li> <li>• To adapt the mathematics contents to various levels of difficulty;</li> </ul> |
| <b>Transversal competencies</b>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• To use various mathematics objects in theoretical and practical contexts.</li> <li>• Acquiring skills connected to the individual study</li> <li>• To apply theoretical results in other domains.</li> </ul>                 |

## 7. Objectives of the discipline (outcome of the acquired competencies)

|  |   |
|--|---|
| 7.1 General objective of the discipline  | Knowledge, understanding and use of main concepts and results in Number Theory<br><br>Ability to use concepts and fundamental results in some specific fields of mathematics. |
| 7.2 Specific objective of the discipline | Understanding the basic concepts about divisibility in integral domains.<br>Ability to use specific results in concrete situations, e.g. to solve exercises.                  |

## 8. Content

| 8.1 Course                                 | Teaching methods                                  | Remarks |
|--|---|---------|
| 1. Preliminaries                           | Lectures, didactical demonstration, conversation. |         |
| 2. Division with remainder.                | Lectures, didactical demonstration, conversation. |         |
| 3. Elementary divisibility                 | Lectures, didactical demonstration, conversation. |         |
| 4. Greatest common divisor                 | Lectures, didactical demonstration, conversation. |         |
| 5. The Euclidian Algorithm                 | Lectures, didactical demonstration, conversation. |         |
| 6. Prime numbers. The Sieve of Eratostene. | Lectures, didactical demonstration,               |         |

|  | conversation.                                     |         |
|--|---|---------|
| 7. The fundamental theorem of arithmetic.  |   |         |
| 8. Congruences   | Lectures, didactical demonstration, conversation. |         |
| 9. Linear Diophantine Equations. The Chinese Remainder Theorem   | Lectures, didactical demonstration, conversation. |         |
| 10. Residues systems and Euler's totient   | Lectures, didactical demonstration, conversation. |         |
| 11. Theorems of Fermat, Euler, Wilson  | Lectures, didactical demonstration, conversation. |         |
| 12. Multiplicative number theoretic functions  | Lectures, didactical demonstration, conversation. |         |
| 13. Mobius Function  | Lectures, didactical demonstration, conversation. |         |
| 14. Perfect, Mersenne and Fermat numbers   | Lectures, didactical demonstration, conversation. |         |
| <b>Bibliography</b>  |   |         |
| [1] Becheanu,M. si colectiv, Algebra pentru perfectionarea profesorilor, Ed. Didactica si Pedagogica, Bucuresti, 1983. |   |         |
| [2] S. Breaz, C. Pelea: Exercises in Number Theory, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2018                              |   |         |
| [3] S. Breaz, C. Pelea: Elemente de teoria numerelor si combinatorica, Casa Cartii de stiinta, 2017.                   |   |         |
| [4] Burton D. Elementary number theory, 6ed., MGH, 2007  |   |         |
| [5] Vraciu, C., Vraciu, M., Elemente de aritmetică, Ed. All, 1998  |   |         |
| 8.2 Seminar / laboratory   | Teaching methods                                  | Remarks |
| 1. Induction   | problematization, exercises, problem solving,     |         |
| 2. Division with remainder.  | problematization, exercises, problem solving,     |         |
| 3. Elementary divisibility   | problematization, exercises, problem              |         |

|  |   |  |
|--|---|--|
|  | solving,  |  |
| 4. Greatest common divisor   | problematization,<br>exercises, problem<br>solving, |  |
| 5. The Euclidian Algorithm   | problematization,<br>exercises, problem<br>solving, |  |
| 6. Prime numbers.  | problematization,<br>exercises, problem<br>solving, |  |
| 7. The fundamental theorem of arithmetic.<br>Applications  | problematization,<br>exercises, problem<br>solving, |  |
| 8. Perfect squares   | problematization,<br>exercises, problem<br>solving, |  |
| 9. Methods to solve diphantine equations (1)   | problematization,<br>exercises, problem<br>solving, |  |
| 10. Methods to solve diphantine equations (2)  | problematization,<br>exercises, problem<br>solving, |  |
| 11. Multiplicative number theoretic functions  |   |  |
| 12. Problems for math contests (1)   | problematization,<br>exercises, problem<br>solving, |  |
| 13. Problems for math contests (2)   | problematization,<br>exercises, problem<br>solving, |  |
| 14. Problems for math contests (3)   |   |  |
| Bibliography   |   |  |
| [1] T. Andreescu, D. Andrica: Number Theory. Structure, examples and problems, Birkhauser, 2009.           |   |  |
| [2] S. Breaz, C. Pelea: Exercises in Number Theory, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2018.                 |   |  |
| [3] S. Breaz, C. Pelea: Elemente de teoria numerelor si combinatorica, Casa Cartii de stiinta, 2017.       |   |  |
| [4] Panaitopol, L., Serbanescu, D.: Probleme de teoria numerelor si combinatorica pentru juniori, Ed. Gill |   |  |
| [5] ***, Probleme date la diverse concursuri.  |   |  |

## **9. Corroborating the content of the discipline with the expectations of the epistemic community, professional associations and representative employers within the field of the program**

The content is in accordance with the curricula of many important universities where pure mathematics plays important places in their research.

This discipline is useful since it realizes connections between various mathematical domains, and it is well known that the methods of arithmetic were used during the time to solve theoretica an practical problems (e.g. in cryptography).

The methods and tools presented here are often used in specific PhD research activities.

## 10. Evaluation

| Type of activity                          | 10.1 Evaluation criteria                               | 10.2 Evaluation methods        | 10.3 Share in the grade (%) |
|---|--|--------------------------------|-----------------------------|
| 10.4 Course                               | Concepts and basic results                             | Final exam                     | 50%                         |
|   | Standard examples                                      |                                |                             |
| 10.5 Seminar/lab activities               | Ability to use the concepts in order to solve problems | Final exam and a midterm test. | 25%+25%                     |
|   |  |                                |                             |
| <b>10.6 Minimum performance standards</b> |  |                                |                             |
| At least grade 5 from 10.                 |  |                                |                             |

Date

### Signature of course coordinator

### Signature of seminar coordinator

23.03.2021

Prof. Simion Breaz

Prof. Simion Breaz

### Date of approval

### Signature of the head of department

30.03.2021

Prof. Octavian Agratini

## FIŞA DISCIPLINEI

### 1. Date despre program

|                                       |   |
|---------------------------------------|---|
| 1.1 Instituția de învățământ superior | UNIVERSITATEA BABES-BOLYAI  |
| 1.2 Facultatea                        | MATEMATICA SI INFORMATICA   |
| 1.3 Departamentul                     | MATEMATICA  |
| 1.4 Domeniul de studii                | MATEMATICA  |
| 1.5 Ciclul de studii                  | MASTER  |
| 1.6 Programul de studiu / Calificarea | Metode moderne in predarea matematicii / Modern Methods in Mathematics Teaching |

### 2. Date despre disciplină

|  |                        |               |   |                        |        |                         |    |
|--|------------------------|---------------|---|------------------------|--------|-------------------------|----|
| 2.1 Denumirea disciplinei              | TEME DE ALGEBRA 3      |               |   |                        |        |                         |    |
| 2.2 Titularul activităților de curs    | Prof. Dr. Simion Breaz |               |   |                        |        |                         |    |
| 2.3 Titularul activităților de seminar | Prof. Dr. Simion Breaz |               |   |                        |        |                         |    |
| 2.4 Anul de studiu                     | 2                      | 2.5 Semestrul | 4 | 2.6. Tipul de evaluare | Examen | 2.7 Regimul disciplinei | DS |

### 3. Timpul total estimat (ore pe semestru al activităților didactice)

|  |     |                    |    |                       |     |
|--|-----|--------------------|----|-----------------------|-----|
| 3.1 Număr de ore pe săptămână  | 3   | Din care: 3.2 curs | 2  | 3.3 seminar/laborator | 1   |
| 3.4 Total ore din planul de învățământ   | 36  | Din care: 3.5 curs | 24 | 3.6 seminar/laborator | 12  |
| Distribuția fondului de timp:  |     |                    |    |                       | ore |
| Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe                                    |     |                    |    |                       | 42  |
| Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren |     |                    |    |                       | 50  |
| Pregătire seminarii/laboratoare, teme, referate, portofolii și eseuri                          |     |                    |    |                       | 50  |
| Tutoriat   |     |                    |    |                       | 25  |
| Examinări  |     |                    |    |                       | 22  |
| Alte activități: evaluari lucrari de control   |     |                    |    |                       | -   |
| 3.7 Total ore studiu individual  | 189 |                    |    |                       |     |
| 3.8 Total ore pe semestru  | 225 |                    |    |                       |     |
| 3.9 Numărul de credite   | 9   |                    |    |                       |     |

### 4. Precondiții (acolo unde este cazul)

|                   |            |
|-------------------|------------|
| 4.1 de curriculum | Nu e cazul |
| 4.2 de competențe | Nu e cazul |

### 5. Condiții (acolo unde este cazul)

|  |            |
|--|------------|
| 5.1 De desfășurare a cursului              | Nu e cazul |
| De desfășurare a seminarului/laboratorului | Nu e cazul |

## 6. Competențele specifice acumulate

|                         |  |
|-------------------------|--|
| Competențe profesionale | <ul style="list-style-type: none"><li>• Mânuirea de notiuni și rezultate legate de generalizari ale inelului numerelor întregi;</li><li>• Rezolvarea de exercitii și probleme;</li><li>• Adaptarea continutului matematic cu diverse grade de dificultate la situații concrete;</li><li>• Realizarea de conexiuni între rezultate și notiuni specifice teoriei numerelor și noțiuni specifice altor domenii (algebră, analiză matematică etc.)</li></ul> |
| Competențe transversale | <ul style="list-style-type: none"><li>• Manevrarea obiectelor matematice în diverse situații teoretice sau practice;</li><li>• Dobândirea de abilități practice legate de studiul individual;</li><li>• Abilități de a aplica rezultate matematice specifice unui domeniu în alte domenii teoretice sau practice.</li></ul>  |

## 7. Obiectivele disciplinei (reieșind din grila competențelor acumulate)

|                                       |  |
|---------------------------------------|--|
| 7.1 Obiectivul general al disciplinei | de elemente de bază ale teoriei algebrice a numerelor și extinderi ale acesteia;   |
|                                       | <ul style="list-style-type: none"><li>• introducerea de generalizari ale inelului numerelor întregi,</li><li>• studiul divizibilității în diverse inele,</li><li>• proprietăți ale elementelor prime și ireductibile,</li><li>• studiul congruentelor,</li><li>• studiul unor aplicații concrete ale teoriei, familiarizarea cu instrumente și metode specifice.</li></ul> |

## 6. Competențele specifice acumulate

|                         |   |
|-------------------------|---|
| Competențe profesionale | <ul style="list-style-type: none"><li>• Capacitatea de a înțelege și manevra concepte, rezultate și teorii avansate din domeniul matematicii.</li><li>• Capacitatea de a înțelege lucrări științifice în domeniul matematicii, de a pune probleme noi și de a iniția o cercetare nouă</li><li>• Capacitatea de a comunica și de a predă cunoștințe fundamentale și avansate din domeniul matematicii.</li></ul> |
|-------------------------|---|

|                                |   |
|--------------------------------|---|
| <b>Competențe transversale</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Capacitatea de a se adapta și de a se integra în medii variate, din domeniul învățământului, al cercetării și al economiei.</li> <li>• Capacitatea de a se autoperfecționa și de a se autoinstrui continuu.</li> </ul> |
|--------------------------------|---|

## 7. Obiectivele disciplinei (reieșind din grila competențelor acumulate)

|  |  |
|--|--|
| <b>7.1 Obiectivul general al disciplinei</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Prezentarea de elemente de baza ale teoriei algebrice a numerelor și extinderi ale acesteia;</li> </ul>   |
| <b>7.2 Obiectivele specifice</b>             | <ul style="list-style-type: none"> <li>• introducerea de generalizari ale inelului numerelor intregi,</li> <li>• studiul divizibilitatii în diverse inele,</li> <li>• proprietăți ale elementelor prime și ireducibile,</li> <li>• studiul congruentelor,</li> <li>• studiul unor aplicații concrete ale teoriei,</li> <li>• familiarizarea cu instrumente și metode specifice.</li> </ul> |

## 8. Conținuturi

| 8.1 Curs                                | Metode de predare                                     | Observații |
|---|---|------------|
| 1. Preliminarii                         | Prelegeri; Conversații; Demonstrația; Problematizarea |            |
| 2. Teorema impartirii cu rest.          | Prelegeri; Conversații; Demonstrația; Problematizarea |            |
| 3. Relata de divizibilitate             | Prelegeri; Conversații; Demonstrația; Problematizarea |            |
| 4. Cel mai mare divizor comun           | Prelegeri; Conversații; Demonstrația; Problematizarea |            |
| 5. Algoritmul lui Euclid                | Prelegeri; Conversații; Demonstrația; Problematizarea |            |
| 6. Numere prime. Ciurul lui Eratostene. | Prelegeri; Conversații; Demonstrația; Problematizarea |            |
| 7. Teorema fundamentală a aritmeticii.  | Prelegeri; Conversații; Demonstrația; Problematizarea |            |
| 8. Congruente                           | Prelegeri; Conversații; Demonstrația;                 |            |

|  |   |  |
|--|---|--|
|  | Problematizarea   |  |
| 9. Ecuatii dioante liniare. Teorema chineza a resturilor | Prelegeri; Conversatii;<br>Demonstratia;<br>Problematizarea |  |
| 10. Sisteme de resturi, functia lui Euler                | Prelegeri; Conversatii;<br>Demonstratia;<br>Problematizarea |  |
| 11. Teoremele lui Fermat, Euler si Wilson                | Prelegeri; Conversatii;<br>Demonstratia;<br>Problematizarea |  |
| 12. Functii moltiplicative                               | Prelegeri; Conversatii;<br>Demonstratia;<br>Problematizarea |  |
| 13. Functia lui Mobius                                   | Prelegeri; Conversatii;<br>Demonstratia;<br>Problematizarea |  |
| 14. Numere perfecte, Mersenne si Fermat                  | Prelegeri; Conversatii;<br>Demonstratia;<br>Problematizarea |  |

#### Bibliografie

#### Bibliography

- [1] Becheanu,M. si colectiv, Algebra pentru perfectionarea profesorilor, Ed. Didactica si Pedagogica, Bucuresti, 1983.
- [2] S. Breaz, C. Pelea: Exercises in Number Theory, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2018
- [3] S. Breaz, C. Pelea: Elemente de teoria numerelor si combinatorica, Casa Cartii de stiinta, 2017.
- [4] Burton D. Elementary number theory, 6ed., MGH, 2007
- [5] Vraciu, C., Vraciu, M., Elemente de aritmetică, Ed. All, 1998

| 8.2 Seminar / laborator        | Metode de predare   | Observații |
|--------------------------------|---|------------|
| 1. Preliminarii                | Conversatia, dialogul,<br>Demonstratia;<br>Problematizarea:<br>utilizarea întrebarilor-problema;<br>descoperirea: creativa,<br>inductiva, deductiva,<br>analogica, prin<br>documentare. |            |
| 2. Teorema impartirii cu rest. | Conversatia, dialogul,<br>Demonstratia;<br>Problematizarea;<br>descoperirea   |            |

|   |   |  |
|---|---|--|
| 3. Relatia de divizibilitate                        | Conversatia, dialogul,<br>Demonstratia;<br>Problematizarea;<br>descoperirea |  |
| 4. Cel mai mare divizor comun                       | Conversatia, dialogul,<br>Demonstratia;<br>Problematizarea;<br>descoperirea |  |
| 5. Algoritmul lui Euclid                            | Conversatia, dialogul,<br>Demonstratia;<br>Problematizarea;<br>descoperirea |  |
| 6. Numere prime                                     | Conversatia, dialogul,<br>Demonstratia;<br>Problematizarea;<br>descoperirea |  |
| 7. Teorema fundamentala a aritmeticii. Aplicatii    | Conversatia, dialogul,<br>Demonstratia;<br>Problematizarea;<br>descoperirea |  |
| 8. Patrate perfecte                                 | Conversatia, dialogul,<br>Demonstratia;<br>Problematizarea;<br>descoperirea |  |
| 9. Metode de rezolvare a ecuatiilor diofantice (1)  | Conversatia, dialogul,<br>Demonstratia;<br>Problematizarea;<br>descoperirea |  |
| 10. Metode de rezolvare a ecuatiilor diofantice (2) | Conversatia, dialogul,<br>Demonstratia;<br>Problematizarea;<br>descoperirea |  |
| 11. Functii moltiplicative                          | Conversatia, dialogul,<br>Demonstratia;<br>Problematizarea;<br>descoperirea |  |
| 12. Probleme pentru concursuri (1)                  | Conversatia, dialogul,<br>Demonstratia;<br>Problematizarea;<br>descoperirea |  |
| 13. Probleme pentru concursuri (2)                  | Conversatia, dialogul,  |  |

|  |   |  |
|--|---|--|
|  | Demonstratia;<br>Problematizarea;<br>descoperirea                           |  |
| 14. Probleme pentru concursuri (3)   | Conversatia, dialogul,<br>Demonstratia;<br>Problematizarea;<br>descoperirea |  |
| <b>Bibliografie</b>  |   |  |
| [1] T. Andreescu, D. Andrica: Number Theory. Structure, examples and problems, Birkhauser, 2009.           |   |  |
| [2] S. Breaz, C. Pelea: Exercises in Number Theory, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2018.                 |   |  |
| [3] S. Breaz, C. Pelea: Elemente de teoria numerelor si combinatorica, Casa Cartii de stiinta, 2017.       |   |  |
| [4] Panaitopol, L., Serbanescu, D.: Probleme de teoria numerelor si combinatorica pentru juniori, Ed. Gill |   |  |
| [5] ***, Probleme date la diverse concursuri.  |   |  |

## **9. Coroborarea conținuturilor disciplinei cu așteptările reprezentanților comunității epistemice, asociațiilor profesionale și angajatorii reprezentativi din domeniul aferent programului**

- sunt prezentate noțiunile și rezultatele de bază legate de studiul numerelor întregi astfel încât studenții să poată continua studiul unor direcții științifice avansate care au legături cu teoria numerelor;
- Studenții vor dobândi și aprofunda noțiunile de bază necesare activităților de predare/invățare și deprinderi și dexterități practice de rezolvare de exerciții și probleme;
- Studenții vor acumula cunoștințe necesare în înțelegerea aplicațiilor practice ale teoriei numerelor (e.g. în criptografie)

## **10. Evaluare**

| Tip activitate   | 10.1 Criterii de evaluare   | 10.2 metode de evaluare | 10.3 Pondere din nota finală |
|--|---|-------------------------|------------------------------|
| 10.4 Curs  | cunoasterea noțiunilor teoretice, a rezultatelor (cu demonstratii), | Examen final (scris)    | 25%                          |
|  | Definitii, enunturi, abilitatea de a da contra/exemple              | Examen final (scris)    | 25%                          |
| 10.5 Seminar/laborator   | Rezolvarea de exercitii si probleme specifice                       | Examen final (scris)    | 25%                          |
|  | Rezolvarea de probleme de tip concurs                               | O lucrare de control    | 25%                          |
| 10.6 Standard minim de performanță   |   |                         |                              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• La examenul scris nota minima trebuie sa fie 5 si la fiecare subiect nota minima trebuie sa fie 4.</li> </ul> |   |                         |                              |

|                  |                               |                                  |
|------------------|-------------------------------|----------------------------------|
| Data completării | Semnătura titularului de curs | Semnătura titularului de seminar |
| 20.03.2021       | Prof. Simion-Sorin Breaz      | Prof. Simion-Sorin Breaz         |

|                              |                                       |
|------------------------------|---------------------------------------|
| Data avizării în departament | Semnătura directorului de departament |
| 30.03.2021                   | Prof. Octavian Agratini               |