UNIVERSITATEA BABEŞ-BOLYAI CLUJ-NAPOCA
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

ADMITERE 2024

Proba scrisă la MATEMATICĂ

NOTĂ IMPORTANTĂ: Problemele pot avea unul sau mai multe răspunsuri corecte, care trebuie indicate de candidat pe formularul special de pe foaia de concurs. Notarea subiectului de tip grilă se face conform sistemului de punctare parţială din regulamentul concursului.

1. Dacă $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = 3^{x+1} - 9^x,$$

atunci valoarea expresiei $f(\log_3 4)$ este

A 4; B -4; C -11; D -3.

2. În paralelogramul $ABCD$ avem $AB = 2$, $AD = 1$ și $\widehat{C} = 60^\circ$. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

A $BC = 1$; B $CD = 1$; C $AC = \sqrt{3}$; D $BD = \sqrt{3}$.

3. Valoarea limitei $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n}\left(\sqrt{n+2^n} - \sqrt{n}\right)$ este:

A 0; B 2; C 1; D $+\infty$.

4. Fie A o mulțime cu n elemente. Dacă numărul submulțimilor lui A cu 2 elemente este 21, atunci

A $n \in (2, 6]$;
B $n \in (6, 10]$;
C $n \in (10, 14]$;
D nu există astfel de valori ale lui n.

5. Fie S mulțimea soluțiilor reale ale ecuației

$$4^x - 2^x \cdot 3^{x+1} = 4 \cdot 9^x.$$

Care dintre următoarele afirmații sunt corecte?

A S are exact două elemente;
B S are exact un element;
C $\dfrac{2}{1 - \log_2 3} \in S$;
D $\dfrac{2}{1 + \log_2 3} \in S$.

6. În triunghiul ABC avem $E \in (AB)$, $EB = 3 \cdot EA$, $F \in (AC)$ și $FC = 2 \cdot FA$. Știind că punctele A, E şi F au coordonatele $A(1,3)$, $E(3,6)$, respectiv $F(4,18)$, coordonatele centrului de greutate G al triunghiului ABC sunt:

A $G\left(\frac{31}{6}, \frac{89}{6}\right)$; B $G\left(\frac{20}{3}, 22\right)$; C $G\left(\frac{61}{18}, \frac{73}{6}\right)$; D $G\left(\frac{50}{9}, 22\right)$.

7. Punctele $D(2,1)$, $E(-2,5)$ și $F(1,4)$ sunt mijloacele laturilor AB, BC și AC în triunghiul ABC. Aria triunghiul ABC este:

A 2; B 4; C 8; D 16.

8. Valoarea integralei $\int\limits_0^{\pi/3} \frac{\cos x}{1 + 4\sin^2 x}\, \mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{6}$; B $\frac{\pi}{3}$; C $\frac{\pi}{12}$; D $\frac{\pi}{2}$.

9. Se consideră numărul real a, funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = \frac{x^2 + ax + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ şi punctele $A(0,1)$ şi $B(2,7)$. Valoarea lui a pentru care dreapta AB este tangentă la graficul lui f în punctul A este:

A 5; B 3; C 0; D -3.

10. În paralelogramul $ABCD$ avem $A(2,1)$, $B(4,3)$ și $C(7,2)$. Ecuația dreptei BD este:

A $x - y - 1 = 0$; B $x + 3y - 13 = 0$; C $x - 5y + 3 = 0$; D $3x + y = 15$.

11. Fie $\alpha \in (\pi, 2\pi)$ cu $\mathrm{tg}(\alpha) = \frac{1}{2}$. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

A $\sin(\alpha) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$; B $\cos(\alpha) = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$; C $\sin(2\alpha) = -\frac{4}{5}$; D $\cos(2\alpha) = \frac{3}{5}$.

12. Fie $ABCD$ un pătrat cu latura 1. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

A $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$; B $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 1$; C $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; D $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

13. Numerele întregi $b_1, b_2, b_3, \ldots, b_9, b_{10}$ sunt în progresie geometrică cu rația $q = 2$ și

$$S = b_1 + b_2 + b_3 + \ldots + b_{10}.$$

Care dintre următoarele afirmații sunt corecte?

A S este divizibil cu 11;
B dacă S este pătrat perfect, atunci b_1 este divizibil cu 31;
C dacă b_1 este număr impar, atunci S este număr par;
D dacă b_1 este număr impar, atunci S este număr impar.

14. Fie a un parametru real și considerăm sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} x + 3y - z = 1 \\ -x - 2y + z = a \\ x + ay + 2z = -2. \end{cases}$$

Care dintre următoarele afirmații sunt corecte?

A Există $a \in \mathbb{R}$ pentru care determinantul matricii sistemului este 0.
B Pentru orice $a \in \mathbb{R}$ sistemul admite soluție unică.
C Dacă $a = 1$, atunci $x + y + 2z = 1$.
D Pentru orice $a \in \mathbb{R}$ avem $x + y + 2z < 0$.

15. În grupul de permutări S_4 considerăm elementele

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{și} \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Dacă $x \in S_4$ este o permutare astfel încât $x\sigma = \tau$, atunci

A x nu este unic determinat;
B x este unic determinat;
C $x^2 = \tau$;
D $x^2 = \sigma$.

16. Fie funcţiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definite prin $f(x) = |x|$ şi $g(x) = x$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$. Care dintre următoarele afirmaţii sunt adevărate?

A Funcţia $f + g$ este continuă pe $\mathbb{R}$;
B Funcţia $f + g$ este strict monotonă pe $\mathbb{R}$;
C Funcţia f este derivabilă pe $\mathbb{R}$;
D Funcţia $f \cdot g$ este derivabilă în punctul 0.

17. Fie $a, b \in \mathbb{R}$ şi fie $f : D \to \mathbb{R}$ funcţia definită prin $f(x) = \dfrac{x}{ax^2 + bx + 8}$, unde $D \subseteq \mathbb{R}$ este domeniul maxim de definiţie al lui f. Dacă $x = -2$ este punct de extrem local al lui f, iar dreapta de ecuaţie $x = 2$ este asimptotă verticală pentru graficul lui f, atunci valoarea sumei $a + b$ este:

A -6;
B -10;
C 10;
D -2.

18. Fie $m \in \mathbb{R}$ un parametru, iar $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funcţia definită prin $f(x) = (x^2 + mx)\mathrm{e}^{-x}$. Care dintre următoarele afirmaţii sunt adevărate?

A Graficul funcţiei f are asimptotă spre $+\infty$;
B Dacă $m = 2024$, atunci funcţia f are un punct de maxim global;
C Oricare ar fi $m \in \mathbb{R}$, funcţia f are exact două puncte de extrem local;
D Există $m \in \mathbb{R}$ pentru care funcţia f să aibă exact un punct de extrem local.

19. Fie $\vec{i}$ și $\vec{j}$ versorii unui sistem cartezian. Dacă vectorii $\vec{u} = (p+5)\vec{i} + 2\vec{j}$ și $\vec{v} = 4\vec{i} + 10\vec{j}$ sunt perpendiculari, atunci parametrul $p \in \mathbb{R}$ poate să fie:

A -10; B $-\frac{21}{5}$; C 0; D $\frac{29}{5}$.

20. În triunghiul ABC avem $A(1,0)$, $B\left(5, \frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$, iar $\widehat{A} = 60°$. Ecuația dreptei AC poate să fie:

A $3y + \sqrt{3}x = \sqrt{3}$; B $3y - \sqrt{3}x = -\sqrt{3}$; C $y - \sqrt{3}x = -\sqrt{3}$; D $x = 1$.

21. Pentru orice matrice $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ notăm cu $\mathrm{Tr}(X)$ suma elementelor de pe diagonala principală a matricei X. Dacă

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \\ -4 & -3 & -2 \end{pmatrix},$$

atunci valoarea expresiei $\mathrm{Tr}(A^3) + \det(A^3)$ este

A -1; B 1; C 0; D 2.

22. Dacă x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului

$$f = X^3 + X^2 + 10X + 2$$

atunci valoarea expresiei $\frac{x_1}{x_2+x_3} + \frac{x_2}{x_1+x_3} + \frac{x_3}{x_1+x_2}$ este egală cu

A 0; B $\frac{13}{8}$; C $\frac{13}{7}$; D $-\frac{13}{8}$.

23. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funcţia definită prin $f(x) = \frac{x^2}{1+\mathrm{e}^x}$. Aria mulţimii plane cuprinse între graficul lui f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x = -1$ şi $x = 1$ este:

A 0; B $\frac{2}{3}$; C $\frac{1}{3}$; D $\frac{1}{6}$.

24. Valoarea limitei $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1 - \cos\frac{1}{x}\right)^{1/\ln x}$ este:

A e; B $\frac{1}{\mathrm{e}}$; C $\frac{1}{\mathrm{e}^2}$; D $\frac{1}{\sqrt{\mathrm{e}}}$.

UNIVERSITATEA BABEŞ-BOLYAI CLUJ-NAPOCA
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

Răspunsuri corecte

ADMITERE UBB, 2024

Proba scrisă la MATEMATICĂ

1. $\boxed{\textbf{B}}$

2. $\boxed{\textbf{A}}$, $\boxed{\textbf{D}}$

3. $\boxed{\textbf{D}}$

4. $\boxed{\textbf{B}}$

5. $\boxed{\textbf{B}}$, $\boxed{\textbf{C}}$

6. $\boxed{\textbf{B}}$

7. $\boxed{\textbf{D}}$

8. $\boxed{\textbf{A}}$

9. $\boxed{\textbf{B}}$

10. $\boxed{\textbf{D}}$

11. $\boxed{\textbf{A}}$, $\boxed{\textbf{B}}$, $\boxed{\textbf{D}}$

12. $\boxed{\textbf{A}}$

13. $\boxed{\textbf{A}}$, $\boxed{\textbf{B}}$, $\boxed{\textbf{D}}$

14. $\boxed{\textbf{B}}$, $\boxed{\textbf{D}}$

15. $\boxed{\textbf{B}}$

16. $\boxed{\textbf{A}}$, $\boxed{\textbf{D}}$

17. $\boxed{\textbf{A}}$

18. $\boxed{\textbf{A}}$, $\boxed{\textbf{C}}$

19. $\boxed{\textbf{A}}$

20. $\boxed{\textbf{A}}$, $\boxed{\textbf{D}}$

21. $\boxed{\textbf{C}}$

22. $\boxed{\textbf{D}}$

23. $\boxed{\textbf{C}}$

24. $\boxed{\textbf{C}}$