

**FELVÉTELI 2024**  
**MATEMATIKA írásbeli próba**

**FONTOS MEGJEGYZÉS: A feladatoknak egy vagy több helyes válasza is lehet, amelyeket a versenyző az erre a célra kapott lapon kell bejelöljön. A feleletválasztós feladatsor értékelése a versenyszabályzat részleges pontozási rendszere alapján történik.**

1. Ha  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = 3^{x+1} - 9^x,$$

akkor az  $f(\log_3 4)$  kifejezés értéke:

A 4;

B  $-4$ ;

C  $-11$ ;

D  $-3$ .

2. Ha az  $ABCD$  paralelogrammában  $AB = 2$ ,  $AD = 1$  és  $\widehat{C} = 60^\circ$ , akkor az alábbi állítások közül melyek igazak?

A  $BC = 1$ .

B  $CD = 1$ .

C  $AC = \sqrt{3}$ .

D  $BD = \sqrt{3}$ .

3. A  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+2^n} - \sqrt{n})$  határérték:

A 0;

B 2;

C 1;

D  $+\infty$ .

4. Ha egy  $n$  elemű  $A$  halmaz 2 elemű részhalmazainak száma 21, akkor

A  $n \in (2, 6]$ ;

B  $n \in (6, 10]$ ;

C  $n \in (10, 14]$ ;

D nem létezik ilyen  $n$  érték.

5. Legyen  $S$  a

$$4^x - 2^x \cdot 3^{x+1} = 4 \cdot 9^x$$

egyenlet valós megoldásainak halmaza. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

A Az  $S$  halmaznak pontosan két eleme van.

B Az  $S$  halmaznak pontosan egy eleme van.

C  $\frac{2}{1 - \log_2 3} \in S$ .

D  $\frac{2}{1 + \log_2 3} \in S$ .

6. Az  $ABC$  háromszögben  $E \in (AB)$ ,  $EB = 3 \cdot EA$ ,  $F \in (AC)$  és  $FC = 2 \cdot FA$ . Ha az  $A$ ,  $E$  és  $F$  pontok koordinátái  $A(1, 3)$ ,  $E(3, 6)$ , illetve  $F(4, 18)$ , akkor az  $ABC$  háromszög  $G$  súlypontjának koordinátái:

A  $G\left(\frac{31}{6}, \frac{89}{6}\right)$ ;       B  $G\left(\frac{20}{3}, 22\right)$ ;       C  $G\left(\frac{61}{18}, \frac{73}{6}\right)$ ;       D  $G\left(\frac{50}{9}, 22\right)$ .

7. Ha az  $ABC$  háromszög  $AB$ ,  $BC$  és  $AC$  oldalainak felezőpontjai  $D(2, 1)$ ,  $E(-2, 5)$  és  $F(1, 4)$ , akkor az  $ABC$  háromszög területe:

A 2;       B 4;       C 8;       D 16.

8. Az  $\int_0^{\pi/3} \frac{\cos x}{1 + 4 \sin^2 x} dx$  integrál értéke:

A  $\frac{\pi}{6}$ ;       B  $\frac{\pi}{3}$ ;       C  $\frac{\pi}{12}$ ;       D  $\frac{\pi}{2}$ .

9. Az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvényt az  $f(x) = \frac{x^2 + ax + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$  képlettel értelmezzük, ahol  $a$  egy valós szám. Ha az  $A(0, 1)$  és  $B(2, 7)$  pontok esetén az  $AB$  egyenes megegyezik az  $f$  függvény grafikus képéhez az  $A$  pontban húzott érintővel, akkor az  $a$  szám értéke:

A 5;       B 3;       C 0;       D -3.

10. Ha az  $ABCD$  paralelogrammában  $A(2, 1)$ ,  $B(4, 3)$  és  $C(7, 2)$ , akkor a  $BD$  egyenes egyenlete:

A  $x - y - 1 = 0$ ;       B  $x + 3y - 13 = 0$ ;       C  $x - 5y + 3 = 0$ ;       D  $3x + y = 15$ .

11. Adott az  $\alpha \in (\pi, 2\pi)$  úgy, hogy  $\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{1}{2}$ . Az alábbi állítások közül melyek igazak?

A  $\sin(\alpha) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ ;       B  $\cos(\alpha) = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ;       C  $\sin(2\alpha) = -\frac{4}{5}$ ;       D  $\cos(2\alpha) = \frac{3}{5}$ .

12. Az 1 oldalhosszúságú  $ABCD$  négyzet esetén az alábbi állítások közül melyek igazak?

A  $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0$ ;       B  $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = 1$ ;       C  $\vec{AB} \cdot \vec{BD} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;       D  $\vec{AB} \cdot \vec{DB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

13. A  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_9, b_{10}$  egész számok egy  $q = 2$  hányadosú mértani haladványt alkotnak és jelölje

$$S = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{10}$$

az összegüket. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A Az  $S$  osztható 11-gyel.  
 B Ha  $S$  teljes négyzet, akkor  $b_1$  osztható 31-gyel.  
 C Ha a  $b_1$  szám páratlan, akkor az  $S$  szám páros.  
 D Ha a  $b_1$  szám páratlan, akkor az  $S$  szám páratlan.

14. Adott az

$$\begin{cases} x + 3y - z = 1 \\ -x - 2y + z = a \\ x + ay + 2z = -2 \end{cases}$$

egyenletrendszer, ahol  $a$  egy valós paraméter. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A Létezik olyan  $a \in \mathbb{R}$ , amelyre az egyenletrendszer mátrixának determinánsa 0.
- B Minden  $a \in \mathbb{R}$  esetén az egyenletrendszernek egyetlen megoldása van.
- C Ha  $a = 1$ , akkor  $x + y + 2z = 1$ .
- D Minden  $a \in \mathbb{R}$  esetén  $x + y + 2z < 0$ .

15. Az  $S_4$  permutációcsoportban adottak a

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{és} \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

elemek. Ha  $x \in S_4$  egy olyan permutáció, amelyre  $x\sigma = \tau$ , akkor

- A az  $x$  nem egyértelműen meghatározott;
- B az  $x$  egyértelműen meghatározott;
- C  $x^2 = \tau$ ;
- D  $x^2 = \sigma$ .

16. Adottak az  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvények úgy, hogy  $f(x) = |x|$  és  $g(x) = x$ , minden  $x \in \mathbb{R}$  esetén. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A Az  $f + g$  függvény folytonos az  $\mathbb{R}$  halmazon.
- B Az  $f + g$  függvény szigorúan monoton az  $\mathbb{R}$  halmazon.
- C Az  $f$  függvény deriválható az  $\mathbb{R}$  halmazon.
- D Az  $f \cdot g$  függvény deriválható az  $x = 0$  pontban.

17. Az  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  függvényt az  $f(x) = \frac{x}{ax^2 + bx + 8}$  képlettel értelmezzük, ahol  $a, b$  valós számok és  $D \subseteq \mathbb{R}$  az  $f$  függvény maximális értelmezési tartománya. Ha  $x = -2$  az  $f$  függvény egy helyi szélsőértékpontja, illetve az  $x = 2$  egyenletű egyenes az  $f$  grafikus képének egy függőleges aszimptotája, akkor az  $a + b$  összeg értéke:

- A  $-6$ ;
- B  $-10$ ;
- C  $10$ ;
- D  $-2$ .

18. Az  $m \in \mathbb{R}$  paraméter esetén az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvényt az  $f(x) = (x^2 + mx)e^{-x}$  képlettel értelmezzük. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A  $+\infty$  felé az  $f$  grafikus képéhez aszimptota húzható.
- B Ha  $m = 2024$ , akkor az  $f$  függvénynek létezik globális maximumpontja.
- C Minden  $m \in \mathbb{R}$  esetén az  $f$  függvénynek pontosan két helyi szélsőértékpontja van.
- D Létezik olyan  $m \in \mathbb{R}$ , amelyre az  $f$  függvénynek pontosan egy helyi szélsőértékpontja van.

19. Adottak egy Descartes-féle koordináta-rendszer  $\vec{i}$  és  $\vec{j}$  egységvektorai. Ha  $\vec{u} = (p+5)\vec{i} + 2\vec{j}$  és  $\vec{v} = 4\vec{i} + 10\vec{j}$  vektorok merőlegesek egymásra, akkor a  $p \in \mathbb{R}$  paraméter lehetséges értéke:

- A  $-10$ ;                       B  $-\frac{21}{5}$ ;                       C  $0$ ;                       D  $\frac{29}{5}$ .

20. Ha az  $ABC$  háromszögben  $A(1,0)$ ,  $B\left(5, \frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$  és  $\hat{A} = 60^\circ$ , akkor az  $AC$  egyenes lehetséges egyenlete:

- A  $3y + \sqrt{3}x = \sqrt{3}$ ;                       B  $3y - \sqrt{3}x = -\sqrt{3}$ ;                       C  $y - \sqrt{3}x = -\sqrt{3}$ ;                       D  $x = 1$ .

21. Jelölje  $\text{Tr}(X)$  az  $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  mátrix főátlóján lévő elemek összegét. Ha

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \\ -4 & -3 & -2 \end{pmatrix},$$

akkor a  $\text{Tr}(A^3) + \det(A^3)$  kifejezés értéke:

- A  $-1$ ;                       B  $1$ ;                       C  $0$ ;                       D  $2$ .

22. Ha  $x_1, x_2$  és  $x_3$  az

$$f = X^3 + X^2 + 10X + 2$$

polinom gyökei, akkor az  $\frac{x_1}{x_2 + x_3} + \frac{x_2}{x_1 + x_3} + \frac{x_3}{x_1 + x_2}$  kifejezés értéke:

- A  $0$ ;                       B  $\frac{13}{8}$ ;                       C  $\frac{13}{7}$ ;                       D  $-\frac{13}{8}$ .

23. Az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvényt az  $f(x) = \frac{x^2}{1 + e^x}$  képlettel értelmezzük. Az  $f$  grafikus képe, az  $Ox$ -tengely, illetve az  $x = -1$  és  $x = 1$  egyenletű egyenesek által határolt síktartomány területe:

- A  $0$ ;                       B  $\frac{2}{3}$ ;                       C  $\frac{1}{3}$ ;                       D  $\frac{1}{6}$ .

24. A  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{x}\right)^{1/\ln x}$  határérték:

- A  $e$ ;                       B  $\frac{1}{e}$ ;                       C  $\frac{1}{e^2}$ ;                       D  $\frac{1}{\sqrt{e}}$ .

## Helyes válaszok

FELVÉTELI VIZSGA, 2024

MATEMATIKA írásbeli próba

1.  B
2.  A,  D
3.  D
4.  B
5.  B,  C
6.  B
7.  D
8.  A
9.  B
10.  D
11.  A,  B,  D
12.  A
13.  A,  B,  D
14.  B,  D
15.  B
16.  A,  D
17.  A
18.  A,  C
19.  A
20.  A,  D
21.  C
22.  D
23.  C
24.  C