UNIVERSITATEA BABEŞ-BOLYAI CLUJ-NAPOCA
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

ADMITERE 2024

Proba scrisă la MATEMATICĂ

NOTĂ IMPORTANTĂ: Problemele pot avea unul sau mai multe răspunsuri corecte, care trebuie indicate de candidat pe formularul special de pe foaia de concurs. Notarea subiectului de tip grilă se face conform sistemului de punctare parţială din regulamentul concursului.

1. Dacă $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = 4^x - 2^{x+1},$$

atunci valoarea expresiei $f(\log_2 3)$ este

A -1; B 2; C 3; D 5.

2. Valoarea limitei $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{x}\left(\sqrt{x+3} - \sqrt{x+1}\right)$ este:

A 0; B $\frac{1}{2}$; C 2; D 1.

3. În paralelogramul $ABCD$ avem $AB = 1$, $AD = 2$ și $\widehat{B} = 60^\circ$. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

A $CD = 2$; B $BC = 2$; C $AC = \sqrt{3}$; D $BD = \sqrt{3}$.

4. Fie A o mulțime cu n elemente. Dacă numărul submulțimilor lui A cu $(n-2)$ elemente este 10, atunci

A $n \in (2, 6]$;
B $n \in (6, 10]$;
C $n \in (10, 14]$;
D nu există astfel de valori ale lui n.

5. Fie S mulțimea soluțiilor reale ale ecuației

$$4^x - 2^x \cdot 5^{x+1} = 6 \cdot 25^x.$$

Care dintre următoarele afirmații sunt corecte?

A S are exact două elemente;
B S are exact un element;
C $\dfrac{1+\log_2 3}{1+\log_2 5} \in S$;
D $\dfrac{1+\log_2 3}{1-\log_2 5} \in S$.

6. În triunghiul ABC avem $E \in (AB)$, $EB = 2 \cdot EA$, $F \in (AC)$ și $FA = 3 \cdot FC$. Știind că punctele A, E şi F au coordonatele $A(1,3)$, $E(3,6)$ și $F(4,18)$, coordonatele centrului de greutate G al triunghiului ABC sunt:

A $G\left(\frac{13}{3}, \frac{38}{3}\right)$; B $G\left(\frac{23}{9}, 10\right)$; C $G\left(\frac{47}{9}, \frac{70}{3}\right)$; D $G(7, 26)$.

7. În triunghiul ABC punctele $D(1,5)$, $E(-4,4)$ și $F(6,2)$ sunt mijloacele laturilor AB, BC respectiv AC. Aria triunghiul ABC este:

A 10; B 20; C 40; D 80.

8. Valoarea integralei $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}\,\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{\pi}{4}$; B $\frac{\pi}{2}$; C 1; D π.

9. Se consideră numărul real a, funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = 1 + x + axe^{-x^2}$ şi punctele $A(0,1)$ şi $B(-1,3)$. Valoarea lui a pentru care dreapta AB este tangentă la graficul lui f în punctul A este:

A -5; B -3; C 0; D 3.

10. În paralelogramul $ABCD$ avem $A(-2,1)$, $B(2,3)$ și $C(5,3)$. Ecuația dreptei BD este:

A $2x - y - 1 = 0$; B $x - 2y + 4 = 0$; C $2x + y - 1 = 0$; D $x + 2y + 4 = 0$.

11. Fie $\alpha \in (\pi, 2\pi)$ cu $\cos(\alpha) = -\frac{1}{4}$. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

A $\sin(\alpha) = -\frac{\sqrt{15}}{4}$; B $\sin(2\alpha) = -\frac{\sqrt{15}}{8}$; C $\cos(2\alpha) = -\frac{7}{8}$; D $\operatorname{tg}(\alpha) = -\sqrt{15}$.

12. Fie $\vec{i}$ și $\vec{j}$ versorii unui sistem cartezian. Dacă vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} + (p-1)\vec{j}$ și $\vec{v} = 8\vec{i} - 3\vec{j}$ sunt paraleli, atunci parametrul $p \in \mathbb{R}$ poate să fie:

A $\frac{1}{4}$; B $\frac{7}{4}$; C $\frac{19}{3}$; D 6.

13. Numerele întregi b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 sunt în progresie geometrică cu rația $q = 3$ și $S = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5$. Care dintre următoarele afirmații sunt corecte?

A S este divizibil cu 11.

B S este pătrat perfect dacă și numai dacă b_1 este pătrat perfect.

C Dacă b_1 este număr impar, atunci S este număr par.

D Dacă b_1 este număr impar, atunci S este număr impar.

14. Fie a un parametru real și considerăm sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} x + \ \ y - z &= a \\ x + 2y - z &= 0 \\ x + ay + z &= 1. \end{cases}$$

Care dintre următoarele afirmații sunt corecte?

$\boxed{\text{A}}$ Pentru orice $a \in \mathbb{R}$ determinantul matricii sistemului este nenul.
$\boxed{\text{B}}$ Există $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul are cel puțin două soluții.
$\boxed{\text{C}}$ Dacă $a = 1$, atunci $x + y + z = 1$.
$\boxed{\text{D}}$ Există $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $x + y + z = 0$.

15. În grupul de permutări S_4 considerăm elementele

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{și} \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Dacă $x \in S_4$ este o permutare astfel încât $\sigma x = \tau$, atunci

$\boxed{\text{A}}$ x nu este unic determinat;
$\boxed{\text{B}}$ x este unic determinat;
$\boxed{\text{C}}$ $x^2 = \sigma$;
$\boxed{\text{D}}$ x^2 este permutarea identică.

16. Fie $a, b \in \mathbb{R}$ şi fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funcţia definită prin

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(ax)}{x}, & \text{dacă } x < 0 \\ \\ \mathrm{e}^{bx} + 2\sin x, & \text{dacă } x \geq 0. \end{cases}$$

Dacă f este derivabilă pe $\mathbb{R}$, atunci valoarea sumei $a + b$ este:

$\boxed{\text{A}}$ 1;
$\boxed{\text{B}}$ 0;
$\boxed{\text{C}}$ -2;
$\boxed{\text{D}}$ -1.

17. Fiind dat un număr real a, se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definită prin $f(x) = \dfrac{x^2 + ax}{\sqrt{x^2 + 1}}$. Mulţimea valorilor lui a pentru care f are un punct de extrem local situat la distanţa 1 faţă de axa Oy este:

$\boxed{\text{A}}$ $\{-3, 3\}$;
$\boxed{\text{B}}$ $\{-3\}$;
$\boxed{\text{C}}$ $\{3\}$;
$\boxed{\text{D}}$ mulţimea vidă.

18. Fie $f : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$ funcţia definită prin $f(x) = \displaystyle\int_{-\pi}^{x} t \sin t \,\mathrm{d}t$. Care dintre următoarele afirmaţii sunt adevărate?

$\boxed{\text{A}}$ $x = 0$ este punct de extrem local pentru f;
$\boxed{\text{B}}$ f este strict crescătoare pe $[-\pi, \pi]$;
$\boxed{\text{C}}$ f este strict descrescătoare pe $[-\pi, \pi]$;
$\boxed{\text{D}}$ $x = 0$ este punct de inflexiune pentru f.

19. Fie $ABCDEF$ un hexagon regulat cu latura 1. Care dintre următoarele afirmații sunt adevărate?

A $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{1}{2}$; B $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -\frac{1}{2}$; C $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DE} = -\frac{1}{2}$; D $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EF} = -\frac{1}{2}$.

20. În pătratul $ABCD$ avem $A(1, 0)$ și $B(5, 2)$. Ecuația dreptei CD poate să fie:

A $x - 2y - 11 = 0$; B $x - 2y - 1 = 0$; C $x - 2y + 9 = 0$; D $x + 2y - 1 = 0$.

21. Pentru orice matrice $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ notăm cu $\mathrm{Tr}(X)$ suma elementelor de pe diagonala principală a matricei X. Dacă

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix},$$

atunci valoarea expresiei $\det(A^2) - \mathrm{Tr}(A^2)$ este

A 21; B 22; C 23; D 24.

22. Dacă x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului

$$f = X^3 + X^2 + 6X + 2$$

atunci valoarea expresiei $\dfrac{x_2 + x_3}{x_1} + \dfrac{x_1 + x_3}{x_2} + \dfrac{x_1 + x_2}{x_3}$ este egală cu

A 1; B 0; C i; D $-i$.

23. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funcţia definită prin $f(x) = \dfrac{\cos x}{1 + \mathrm{e}^x}$. Aria mulţimii plane cuprinse între graficul lui f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x = -\dfrac{\pi}{2}$ şi $x = \dfrac{\pi}{2}$ este:

A 0; B $\frac{1}{2}$; C 1; D 2.

24. Valoarea limitei $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\dfrac{(n+1)(n+2)\cdots(n+n)}{n^n}}$ este:

A e; B $\frac{4}{\mathrm{e}}$; C $\frac{1}{\mathrm{e}}$; D $\frac{2}{\mathrm{e}}$.

UNIVERSITATEA BABEŞ-BOLYAI CLUJ-NAPOCA
FACULTATEA DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

Răspunsuri corecte

ADMITERE UBB, 2024

Proba scrisă la MATEMATICĂ

1. $\boxed{\textbf{C}}$

2. $\boxed{\textbf{D}}$

3. $\boxed{\textbf{B}}$, $\boxed{\textbf{C}}$

4. $\boxed{\textbf{A}}$

5. $\boxed{\textbf{B}}$, $\boxed{\textbf{D}}$

6. $\boxed{\textbf{A}}$

7. $\boxed{\textbf{C}}$

8. $\boxed{\textbf{A}}$

9. $\boxed{\textbf{B}}$

10. $\boxed{\textbf{A}}$

11. $\boxed{\textbf{A}}$, $\boxed{\textbf{C}}$

12. $\boxed{\textbf{A}}$

13. $\boxed{\textbf{A}}$, $\boxed{\textbf{B}}$, $\boxed{\textbf{D}}$

14. $\boxed{\textbf{A}}$, $\boxed{\textbf{C}}$

15. $\boxed{\textbf{B}}$, $\boxed{\textbf{D}}$

16. $\boxed{\textbf{D}}$

17. $\boxed{\textbf{A}}$

18. $\boxed{\textbf{B}}$, $\boxed{\textbf{D}}$

19. $\boxed{\textbf{B}}$, $\boxed{\textbf{D}}$

20. $\boxed{\textbf{A}}$, $\boxed{\textbf{C}}$

21. $\boxed{\textbf{B}}$

22. $\boxed{\textbf{B}}$

23. $\boxed{\textbf{C}}$

24. $\boxed{\textbf{B}}$