

FELVÉTELI 2024
MATEMATIKA írásbeli próba

FONTOS MEGJEGYZÉS: A feladatoknak egy vagy több helyes válasza is lehet, amelyeket a versenyző az erre a célra kapott lapon kell bejelöljön. A feleletválasztós feladatsor értékelése a versenyszabályzat részleges pontozási rendszere alapján történik.

1. Ha $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = 4^x - 2^{x+1},$$

akkor az $f(\log_2 3)$ kifejezés értéke:

A -1 ;

B 2 ;

C 3 ;

D 5 .

2. A $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x+1})$ határérték:

A 0 ;

B $\frac{1}{2}$;

C 2 ;

D 1 .

3. Ha az $ABCD$ paralelogrammában $AB = 1$, $AD = 2$ és $\widehat{B} = 60^\circ$, akkor az alábbi állítások közül melyek igazak?

A $CD = 2$.

B $BC = 2$.

C $AC = \sqrt{3}$.

D $BD = \sqrt{3}$.

4. Ha egy n elemű A halmaz $(n - 2)$ elemű részhalmazainak száma 10 , akkor

A $n \in (2, 6]$;

B $n \in (6, 10]$;

C $n \in (10, 14]$;

D nem létezik ilyen n érték.

5. Legyen S a

$$4^x - 2^x \cdot 5^{x+1} = 6 \cdot 25^x$$

egyenlet valós megoldásainak halmaza. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

A Az S halmaznak pontosan két eleme van.

B Az S halmaznak pontosan egy eleme van.

C $\frac{1 + \log_2 3}{1 + \log_2 5} \in S$.

D $\frac{1 + \log_2 3}{1 - \log_2 5} \in S$.

6. Az ABC háromszögben $E \in (AB)$, $EB = 2 \cdot EA$, $F \in (AC)$ és $FA = 3 \cdot FC$. Ha az A , E és F pontok koordinátái $A(1, 3)$, $E(3, 6)$ és $F(4, 18)$, akkor az ABC háromszög G súlypontjának koordinátái:

- A $G\left(\frac{13}{3}, \frac{38}{3}\right)$; B $G\left(\frac{23}{9}, 10\right)$; C $G\left(\frac{47}{9}, \frac{70}{3}\right)$; D $G(7, 26)$.

7. Ha az ABC háromszög AB , BC és AC oldalainak felezőpontjai $D(1, 5)$, $E(-4, 4)$ és $F(6, 2)$, akkor az ABC háromszög területe:

- A 10; B 20; C 40; D 80.

8. Az $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx$ integrál:

- A $\frac{\pi}{4}$; B $\frac{\pi}{2}$; C 1; D π .

9. Az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt az $f(x) = 1 + x + axe^{-x^2}$ képlettel értelmezzük, ahol a egy valós szám. Ha az $A(0, 1)$ és $B(-1, 3)$ pontok esetén az AB egyenes megegyezik az f függvény grafikus képéhez az A pontban húzott érintővel, akkor az a szám értéke:

- A -5; B -3; C 0; D 3.

10. Ha az $ABCD$ paralelogrammában $A(-2, 1)$, $B(2, 3)$ és $C(5, 3)$, akkor a BD egyenes egyenlete:

- A $2x - y - 1 = 0$; B $x - 2y + 4 = 0$; C $2x + y - 1 = 0$; D $x + 2y + 4 = 0$.

11. Adott az $\alpha \in (\pi, 2\pi)$ úgy, hogy $\cos(\alpha) = -\frac{1}{4}$. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A $\sin(\alpha) = -\frac{\sqrt{15}}{4}$; B $\sin(2\alpha) = -\frac{\sqrt{15}}{8}$; C $\cos(2\alpha) = -\frac{7}{8}$; D $\operatorname{tg}(\alpha) = -\sqrt{15}$.

12. Adottak egy Descartes-féle koordináta-rendszer \vec{i} és \vec{j} egységvektorai. Ha az $\vec{u} = 2\vec{i} + (p-1)\vec{j}$ és $\vec{v} = 8\vec{i} - 3\vec{j}$ vektorok párhuzamosak, akkor a $p \in \mathbb{R}$ paraméter lehetséges értéke:

- A $\frac{1}{4}$; B $\frac{7}{4}$; C $\frac{19}{3}$; D 6.

13. A b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 egész számok egy $q = 3$ hányadosú mértani haladványt alkotnak és jelölje

$$S = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5$$

az összegüket. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A Az S osztható 11-gyel.
 B Az S teljes négyzet akkor és csakis akkor, ha b_1 teljes négyzet.
 C Ha a b_1 szám páratlan, akkor az S szám páros.
 D Ha a b_1 szám páratlan, akkor az S szám páratlan.

14. Adott az

$$\begin{cases} x + y - z = a \\ x + 2y - z = 0 \\ x + ay + z = 1 \end{cases}$$

egyenletrendszer, ahol a egy valós paraméter. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A Minden $a \in \mathbb{R}$ esetén az egyenletrendszer mátrixának determinánsa nem nulla.
- B Létezik $a \in \mathbb{R}$, amelyre az egyenletrendszernek legalább két megoldása van.
- C Ha $a = 1$, akkor $x + y + z = 1$.
- D Létezik $a \in \mathbb{R}$, amelyre $x + y + z = 0$.

15. Az S_4 permutációcsoportban adottak a

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{és} \quad \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

elemek. Ha $x \in S_4$ egy olyan permutáció, amelyre $\sigma x = \tau$, akkor

- A az x nem egyértelműen meghatározott;
- B az x egyértelműen meghatározott;
- C $x^2 = \sigma$;
- D x^2 az identikus permutáció.

16. Az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt az

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(ax)}{x}, & \text{ha } x < 0 \\ e^{bx} + 2 \sin x, & \text{ha } x \geq 0 \end{cases}$$

képlettel értelmezzük, ahol a és b valós számok. Ha az f függvény deriválható az \mathbb{R} halmazon, akkor az $a + b$ összeg értéke:

- A 1;
- B 0;
- C -2;
- D -1.

17. Az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt az $f(x) = \frac{x^2 + ax}{\sqrt{x^2 + 1}}$ képlettel értelmezzük, ahol a egy valós szám. Az a szám azon értékeinek halmaza, amelyekre az f függvénynek az Oy -tengelytől 1 távolságra lokális szélsőértékpontja van:

- A $\{-3, 3\}$;
- B $\{-3\}$;
- C $\{3\}$;
- D üres halmaz.

18. Az $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt az $f(x) = \int_{-\pi}^x t \sin t \, dt$ képlettel értelmezzük. Az alábbi állítások közül melyek igazak?

- A Az $x = 0$ pont az f függvény egy helyi szélsőértékpontja.
- B Az f függvény szigorúan növekvő a $[-\pi, \pi]$ intervallumon.
- C Az f függvény szigorúan csökkenő a $[-\pi, \pi]$ intervallumon.
- D Az $x = 0$ pont az f függvény inflexiós pontja.

19. Az 1 oldalhosszúságú $ABCDEF$ szabályos hatszög esetén az alábbi állítások közül melyek igazak?

A $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -\frac{1}{2}$. B $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = -\frac{1}{2}$. C $\vec{AB} \cdot \vec{DE} = -\frac{1}{2}$. D $\vec{AB} \cdot \vec{EF} = -\frac{1}{2}$.

20. Ha az $ABCD$ négyzetben $A(1, 0)$ és $B(5, 2)$, akkor a CD egyenes lehetséges egyenlete:

A $x - 2y - 11 = 0$; B $x - 2y - 1 = 0$; C $x - 2y + 9 = 0$; D $x + 2y - 1 = 0$.

21. Jelölje $\text{Tr}(X)$ az $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ mátrix főátlóján lévő elemek összegét. Ha

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix},$$

akkor a $\det(A^2) - \text{Tr}(A^2)$ kifejezés értéke

A 21; B 22; C 23; D 24.

22. Ha x_1, x_2 és x_3 az

$$f = X^3 + X^2 + 6X + 2$$

polinom gyökei, akkor az $\frac{x_2 + x_3}{x_1} + \frac{x_1 + x_3}{x_2} + \frac{x_1 + x_2}{x_3}$ kifejezés értéke

A 1; B 0; C i ; D $-i$.

23. Az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt az $f(x) = \frac{\cos x}{1 + e^x}$ képlettel értelmezzük. Az f grafikus képe, az Ox -tengely, illetve az $x = -\frac{\pi}{2}$ és $x = \frac{\pi}{2}$ egyenletű egyenesek által határolt síktartomány területe:

A 0; B $\frac{1}{2}$; C 1; D 2.

24. A $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{(n+1)(n+2) \cdots (n+n)}{n^n}}$ határérték:

A e ; B $\frac{4}{e}$; C $\frac{1}{e}$; D $\frac{2}{e}$.

Helyes válaszok

FELVÉTELI VIZSGA, 2024

MATEMATIKA írásbeli próba

1. C
2. D
3. B, C
4. A
5. B, D
6. A
7. C
8. A
9. B
10. A
11. A, C
12. A
13. A, B, D
14. A, C
15. B, D
16. D
17. A
18. B, D
19. B, D
20. A, C
21. B
22. B
23. C
24. B