



Concursul Interjudețean de Matematică și
Informatică „Grigore Moisil”
Cluj-Napoca, 22 martie 2025

Clasa a VIII -a

8.1 Aflați numerele naturale n pentru care numărul:

$$[\sqrt{n(n+2)(n+4)(n+6)}]$$

se divide cu 7. ($[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului a)

8.2 Fie A_1, B_1, C_1, D_1 respectiv mijloacele muchiilor VA, VB, VC, VD ale piramidei $VABCD$ cu baza patrulaterul convex $ABCD$. Știm că $VA = VD$, $VB = VC$ și că dreptele BA_1, CD_1 și AD_1, BC_1 sunt concurente.

Dacă P este punctul de intersecție a dreptelor BA_1 și CD_1 , iar Q punctul de intersecție a dreptelor AD_1 și BC_1 , aflați măsura unghiului PVQ .

8.3 Considerăm numerele întregi nenule a, b, c care satisfac egalitatea:

$$a^3 + b^3 + c^3 = 2.$$

- Demonstrați că $a + b + c \neq 2$.
- Care este cea mai mică valoare posibilă pentru $|a + b + c|$?

8.4 a) Fie n un număr natural nenul și x_1, x_2, \dots, x_n numere reale din intervalul $[-2, 2]$ cu suma 0. Demonstrați inegalitatea:

$$|x_1^3 + x_2^3 + \dots + x_n^3| \leq 2n.$$

- Numerele reale x_1, x_2, \dots, x_n din intervalul $[-2, 2]$ au suma 0 și

$$|x_1^3 + x_2^3 + \dots + x_n^3| = 2n.$$

Determinați $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$.

Timpul de lucru este de 3 ore. Fiecare problemă este notată de la 0 la 7 puncte.