Muguros

Autor: stud. Alex-Matei Ignat, Universitatea Babeș-Bolyai, Cluj-Napoca

Deși problema are două cerințe diferite, modalitatea de a verifica dacă un număr este sau nu mugurist se va folosi și în determinarea intervalului maxim muguros. În complexități, k este considerat numărul maxim existent - 10^9.

Subtask 1: $C = 1$ și $x = 0$

Pentru a verifica dacă numărul este mugurist, la acest subtask ne interesează doar dacă $k = y^b$. Putem verifica acest lucru împărțindu-l repetat pe k la y cât timp este divizibil cu y, răspunsul fiind DA dacă la final $k = 1$, $y \neq 0$ sau $k = 0$ din start dacă $y = 0$.

Complexitate: $O(log\ k)$

Subtask 2: $C = 1$

Observația cheie este că a și b nu pot să fie foarte mari, valorile lor pentru restricțiile date pot fi cel mult 30. Putem lua fiecare valoare în parte pentru a și b, calculăm $x^a + y^b$ și verificăm dacă acea valoare este egală cu k.

Complexitate: $O((log\ k)^2)$

Subtask 3: $C = 2$, $r - l \leq 10^3$ și $x = 0$

Putem lua și verifica fiecare interval $[t, w]$ în parte, verificând dacă este muguros sau nu. Un interval $[t, w]$ este muguros dacă niciun număr nu este mugurist. Un interval $[t, w + 1]$ este muguros dacă $[t, w]$ este muguros și numărul $w + 1$ nu este mugurist. Putem astfel să verificăm simplu fiecare interval și reținem intervalul de lungime maximă la fiecare pas. O optimizare în plus ar fi să ne oprim să luăm în considerare intervalele $[t, w + 1], [t, w + 2]$... dacă intervalul $[t, w]$ nu este muguros. Cu ideea de la primul subtask se verifică dacă un număr este mugurist.

Complexitate: $O((r - l)^2 \cdot log\ k)$

Subtask 4: $C = 2$, $r - l \leq 10^6$ și $x = 0$

Pentru a nu lua fiecare interval în parte, observăm că dacă dăm de un interval care nu este muguros, putem considera următorul interval doar de la următorul număr încolo. De exemplu, fie intervalul $[t, w]$ muguros. Dacă $[t, w+1]$ este muguros, continuăm cu acest interval. Dacă nu, înseamnă că numărul $w+1$ este mugurist și putem continua direct cu intervalul $[w + 2, w + 2]$. Astfel, parcurgem o singură dată intervalul $[l, r]$. Reținem intervalul de lungime maximă la fiecare pas.

Complexitate: $O((r - l) \cdot log\ k)$

Subtask 5: $C = 2$ și $x = 0$

Observația cheie este că este mai optim să precalculăm toate numerele de forma y^b decât să parcurgem toate numerele din interval. Fie șirul q_1, q_2, q_3... format din aceste numere. Apoi, putem să luăm în considerare doar intervalele de forma $[q_j + 1, q_{j+1} - 1]$, deoarece acestea vor fi cele de lungime maximă. Dacă un astfel de interval nu este complet inclus în $[l, r]$, luăm doar intervalul parțial inclus în el, deci $[max(l, q_j + 1), min(r, q_{j+1} - 1]$.

Complexitate: $O(log\ k)$

Subtask 6: $C = 2$ și $r - l \leq 10^6$

Folosind ideea de la Subtask 4, putem găsi răspunsul parcurgând numerele și verificând la fiecare pas dacă numărul este sau nu mugurist, trecând ușor la următorul interval muguros. Pentru punctajul întreg, se poate optimiza verificarea dacă un număr este sau nu mugurist cu diverse structuri de date sau algoritmi, fără să verificăm la fiecare pas dacă se poate scrie sub forma $x^a + y^b$.

Complexitate: $O((r - l)\ \cdot log\ k)$

Subtask 7: $C = 2$

Folosind ideea de la Subtask 5, singura diferență este că trebuie precalculate toate numerele de forma $x^a + y^b$. Intervalele pe care le vom verifica vor fi aceleași, diferența va fi în șirul format q. Restricțiile ne permit în continuare să luăm toate acele intervale și să determinăm cu aceeași idee răspunsul.

Complexitate: $O((log\ k)^2)$